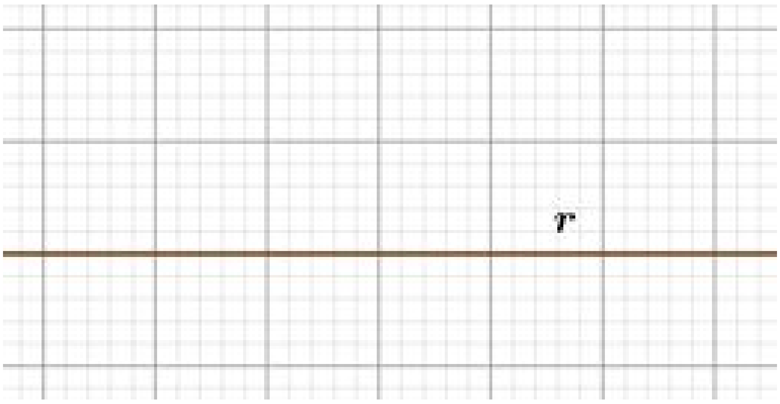
Resolução atividade principal - MAT9_15GEO04

Já sabemos que o conjunto dos números reais é formado por números racionais e irracionais. Agora vamos aprender a representar alguns números irracionais em uma reta numérica, utilizando o Teorema de Pitágoras como um instrumento auxiliar.

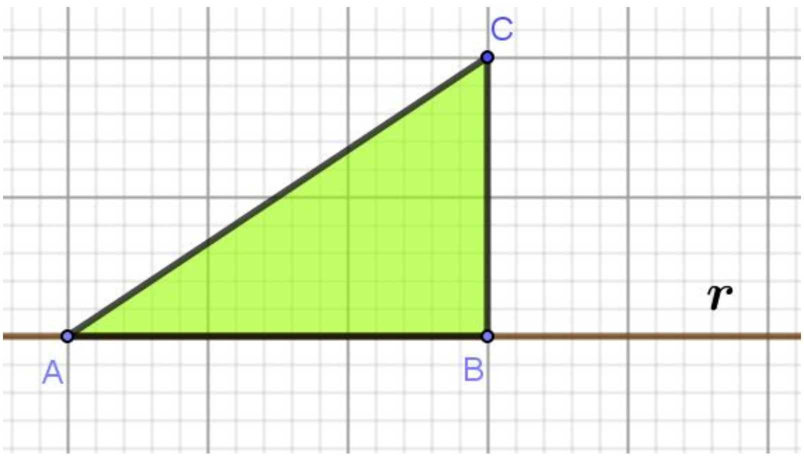
Para tanto, precisaremos utilizar papel milimetrado, régua e compasso na construção geométrica destes números. Desenvolva as seguintes etapas:

ETAPA 01: No papel milimetrado, trace uma reta horizontal ***r***.

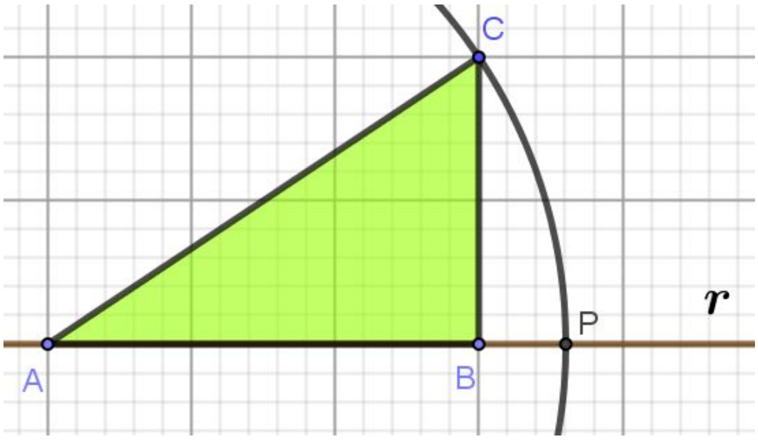
Espera-se a seguinte solução no papel milimetrado:



ETAPA 02: Construa um triângulo retângulo ABC, de catetos **AB** e **BC** medindo 3 cm e 2 cm, respectivamente, de modo que **AB** esteja sobre a reta horizontal, com **A** à esquerda de **B** e o ponto **C** ortogonal a **B**.



ETAPA 03: Com o compasso com a ponta seca fixa no ponto **A** e com abertura igual ao segmento **AC**, trace um arco até seccionar a reta suporte do cateto **AB**, num ponto **P**.



QUESTIONAMENTO I: o que representa o segmento AP?

Representa a medida da hipotenusa AC

QUESTIONAMENTO II: qual a medida do segmento AP? É um nº racional ou irracional?

Como o segmento AP representa a medida da hipotenusa AC, basta aplicar o Teorema de Pitágoras no triangulo ***ABC*** *para determinar a medida da hipotenusa. Veja:*

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \Rightarrow \quad a^2 = 2^2 + 3^2 \quad \Rightarrow \quad a^2 = 13 \quad \Rightarrow a = \sqrt{13}\ cm = \overline{AC} = \overline{AP}$$

QUESTIONAMENTO III: utilizando as aproximações do papel milimetrado, estabeleça um intervalo de existência da medida do segmento **AP**. Confira sua estimativa com a calculadora.

Pela figura construída na ETAPA 03, pode-se perceber que a medida do segmento se encontra entre 3,5 cm e 3,7cm, que podemos representar da seguinte forma: $3,5 < \sqrt{13} < 3,7$.

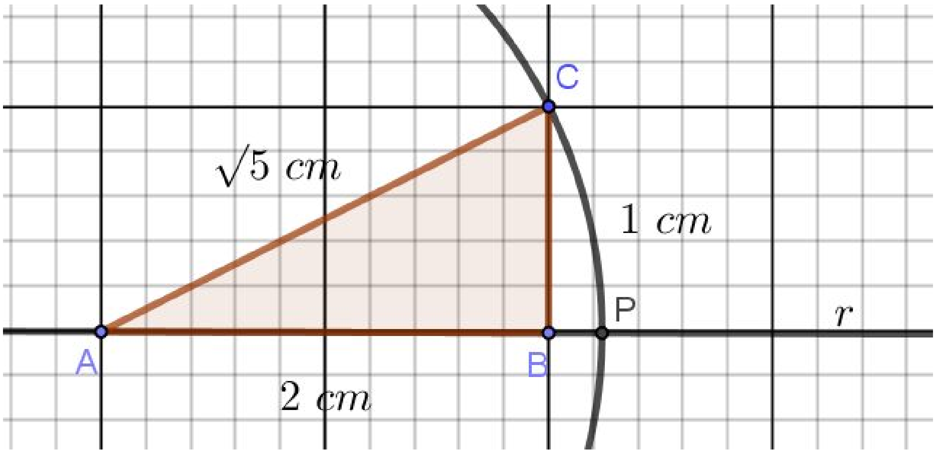
Na calculadora, obtemos o seguinte valor irracional: $\sqrt{13} = 3,60555...$

.

ETAPA 04: Investigue um modo de representar $\sqrt{5}$ geometricamente.

O aluno terá que associar 5 a soma dos quadrados de dois números inteiros, ou seja: $5 = b^2 + c^2$. Por tentativa e erro, espera-se que chegue a seguinte solução: $2^2 + 1^2 = 5$.

Dessa forma, poderá concluir que basta construir um triângulo retângulo de catetos medindo 2 cm e 1 cm, respectivamente. A figura abaixo mostra a solução geométrica com a representação de $\sqrt{5}$.



Pela figura, nota-se que $2,2 < \overline{AP} < 2,3$, ou seja: $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$.

Através da calculadora, chega-se ao seguinte resultado: $\sqrt{5} = 2,236067...$

ETAPA 05: É possível representar √7 do modo anterior?

Vejamos de quantos modos diferentes podemos escrever 7 como a soma de dois números naturais distintos:

7 = 1 + 6 ***7 = 2 + 5*** ***7 = 3 + 4***

Podemos escrever 7 de 3 formas diferentes como a soma de dois números naturais. Note que, em nenhuma das 3 aparece uma soma de dois números naturais quadrados perfeitos. Dessa forma, pode-se concluir que não podemos representar √7 geometricamente pelo método anterior.