

Resolução da atividade complementar - MAT9_06ALG09

- 1) Sabendo que a forma fatorada da equação quadrática é $a[(x-x_1)(x-x_2)]=0$, determine a fatoração das seguintes equações:

Resolução: Para representar as equações em sua forma fatorada é necessário determinar as raízes da equação. Para isso, o aluno poderá resolver a equação como preferir (fórmula resolvente, soma e produto, método de completar quadrados, entre outros). As equações abaixo foram resolvidas pela fórmula resolvente:

(A) $x^2 + 4x - 21 = 0$

- Coeficientes da equação: $a = 1$, $b = 4$ e $c = -21$
- Cálculo do discriminante (Δ): $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-21) = 16 + 84 = 100$
- Cálculo das raízes (x_1 e x_2):

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm 10}{2}$$

$$x_1 = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{ou} \quad x_2 = -\frac{14}{2} = -7$$

- Forma fatorada da equação: $1[(x - 3)(x + 7)] = 0$

(B) $2x^2 - 8x - 24 = 0$

- Coeficientes da equação: $a = 2$, $b = -8$ e $c = -24$
- Cálculo do discriminante (Δ): $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-24) = 64 + 192 = 256$
- Cálculo das raízes (x_1 e x_2):

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{256}}{2 \cdot 2} = \frac{8 \pm 16}{4}$$

$$x_1 = \frac{24}{4} = 6 \quad \text{ou} \quad x_2 = -\frac{8}{4} = -2$$

- Forma fatorada da equação: $2[(x - 6)(x + 2)] = 0$

(C) $6x^2 + x - 1 = 0$

- Coeficientes da equação: $a = 6$, $b = 1$ e $c = -1$

- Cálculo do discriminante (Δ): $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 1 + 24 = 25$
- Cálculo das raízes (x_1 e x_2):

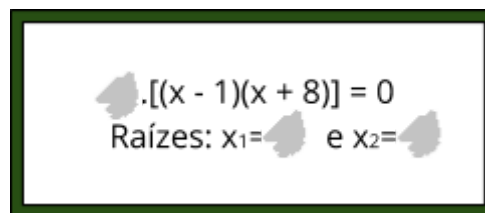
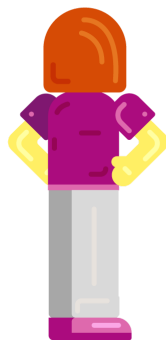
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm 5}{12}$$

$$x_1 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad x_2 = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$$

- Forma fatorada da equação:

$$6 \left[\left(x - \frac{1}{3} \right) \left(x + \frac{1}{2} \right) \right] = 0$$

2) Marina entrou na sala e viu na lousa algumas anotações da aula anterior, parcialmente apagadas, conforme a figura. Ela pensou um pouco, até que escreveu os números que estavam apagados. Quais números Marina pode ter escrito na lousa? Justifique sua resposta.



Solução:

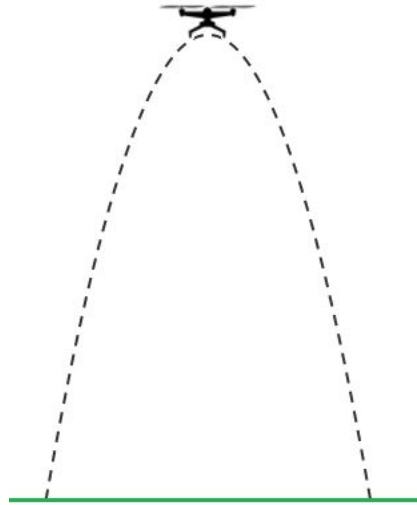
Observa-se que na primeira linha escrita na lousa está representado a forma fatorada de uma equação quadrática, em que apenas o coeficiente a está apagado. Se pensarmos que a equação pode ser dividida pelo coeficiente a e o produto $(x - 1)(x + 8)$ não é alterado, podemos considerar para a qualquer valor real não nulo. Portanto, Marina pode ter colocado qualquer valor não nulo no início da equação. Para analisar as raízes buscamos dois números que anulam o produto dos fatores na equação $(x - 1)(x + 8) = 0$, então

$$\begin{array}{ll} (+1) \ x - 1 = 0 & (+1) \ x + 8 = 0 \\ x = 1 & x = -8 \end{array} \quad \begin{array}{ll} (-8) \ x + 8 = 0 & (-8) \end{array}$$

Sendo assim, os números apagados da segunda linha são as raízes:

$$\mathbf{x_1 = 1 \ e \ x_2 = -8.}$$

3) [Desafio] Em um determinado dia, o pai de Pedro estava ajudando-o a estudar e para isso fez a seguinte trajetória com o drone de seu filho:



“Pedro, a trajetória do drone é modelada pela equação,

$$h(x) = -\frac{1}{4}(x + 3)(x - 20)$$

sendo $h(x)$ a altura em metros que o drone atinge no instante x segundos. Quero que me diga depois de quantos segundos o drone tocou o chão novamente e explique como você chegou nesse resultado”, disse o pai de Pedro.

→ Analise a situação e responda a pergunta do pai de Pedro.

Solução:

Quando o drone atingir o chão sua altura será igual a 0 m. Logo, na equação apresentada, temos $h(x) = 0$:

$$0 = -\frac{1}{4}(x + 3)(x - 20)$$

As raízes dessa equação representam o tempo (x segundos). Como é possível verificar a representação da forma fatorada na equação acima, já concluímos que as raízes são **-3** e **20**. Portanto, o tempo que o drone levou para tocar o chão novamente foi de 23 segundos, visto que o drone saiu de -3 e chegou em 20, levando $|-3| + |20| = 23$ segundos.