

Resolução da atividade principal - MAT8_05NUM06

Nós já aprendemos que $0,7 = \frac{7}{10}$; $0,07 = \frac{7}{100}$ e etc.

Agora responda: Qual o denominador devo colocar na dízima 0,777...?

Carlos respondeu assim: $0,777... = \frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \frac{7}{1000} + \dots$

Ele está certo? Justifique.

Mas qual é a fração que gerou esta dízima?

Resolução: Carlos está correto pois

$$\frac{7}{10} = 0,7; \quad \frac{7}{100} = 0,07; \quad \frac{7}{1000} = 0,007 \text{ e assim sucessivamente.}$$

E somando os decimais: $0,7 + 0,07 + 0,007 + \dots = 0,777...$

Mas não conseguimos ainda descobrir o denominador de 0,777..., pois a soma de Carlos é infinita e não conseguiremos descobrir assim.

0,777... é uma dízima periódica de período 7, é uma dízima simples, pois após a vírgula já começa a dízima.

Queremos encontrar a fração geratriz da dízima 0,777..., como não conhecemos essa fração vamos chamá-la de x.

$$x = 0,777...$$

$$x = 0,777...$$

$$10x = 10 \cdot 0,777... \quad \rightarrow \text{Numa equação podemos multiplicar ambos os membros que não alteramos o resultado, assim vamos multiplicar a equação por 10 porque o período da dízima tem um algarismo.}$$

$$10x = 7,777...$$

$$10x = 7 + 0,777...$$

x \rightarrow Substituindo x no lugar de 0,777..., temos:

$$10x = 7 + x$$

$$10x - x = 7 + x - x \quad \rightarrow \text{Eliminando x do segundo membro, para não alterar devemos subtrair x em ambos os membros da equação.}$$

$$9x = 7 \quad \rightarrow \text{Eliminando 9, para não alterar devemos dividir por 9 ambos os membros da equação.}$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{7}{9}$$

$$x = \frac{7}{9}$$

Uma outra opção para achar a fração:

$$x = 0,777... \quad \boxed{1}$$

$$10 \cdot x = 10 \cdot 0,777... \quad \rightarrow \text{Numa equação podemos multiplicar ambos os membros que não alteramos o resultado, assim vamos multiplicar a equação por 10.}$$

$$10x = 7,777... \quad \boxed{2}$$

$$\begin{array}{r} 10x = 7,777... \\ x = 0,777... \end{array} \quad \rightarrow \text{Subtraindo membro a membro a equação 2 da equação 1.}$$

$$9x = 7$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{7}{9} \quad \rightarrow \text{Eliminando 9, para não alterar devemos dividir por 9 ambos os membros da equação.}$$

$$x = \frac{7}{9} \quad \rightarrow \text{Fração geratriz.}$$

Agora encontre a fração geratriz dos números: 0,151515... e 0,251251...

$$x = 0,151515...$$

$$100 \cdot x = 100 \cdot 0,151515... \quad \rightarrow \text{Vamos multiplicar a equação por 100 porque o período da dízima tem dois algarismos.}$$

$$100x = 15,151515...$$

$$100x = 15 + 0,151515...$$

$$x \quad \rightarrow \text{Substituindo x no lugar de 0,151515...}$$

$$100x = 15 + x$$

$$100x - x = 15 + x - x \quad \rightarrow \text{Eliminando x do segundo membro, para não alterar devemos subtrair x em ambos os membros da equação.}$$

$$99x = 15 \quad \rightarrow \text{Eliminando 99, para não alterar devemos dividir por 99 ambos os membros da equação.}$$

$$\frac{99x}{99} = \frac{15}{99}$$

$$x = \frac{15}{99} = \frac{15 : 3}{99 : 3} = \frac{5}{33}$$

Uma outra opção para achar a fração:

$$x = 0,151515... \quad \boxed{1}$$

$$100 \cdot x = 100 \cdot 0,151515... \quad \rightarrow \text{Numa equação podemos multiplicar ambos os membros que não alteramos o resultado, assim vamos multiplicar a equação por 100.}$$

$$100x = 15,151515... \quad \boxed{2}$$

$$\begin{array}{r} 100x = 15,151515... \\ x = 0,151515... \end{array} \quad \rightarrow \text{Subtraindo membro a membro a equação 2 da equação 1.}$$

$$99x = 15$$

$$1 \frac{99x}{99} = \frac{15}{99} \quad \rightarrow \text{Eliminando 99, para não alterar devemos dividir por 99 ambos os membros da equação.}$$

$$x = \frac{15}{99} = \frac{15 : 3}{99 : 3} = \frac{5}{33} \quad \rightarrow \text{Fração geratriz.}$$

$$x = 0,251251...$$

$$1000 \cdot x = 1000 \cdot 0,251251... \quad \rightarrow \text{Vamos multiplicar a equação por 1000 porque o período da dízima tem três algarismos.}$$

$$1000x = 251,251251...$$

$$100x = 251 + 0,251251... \quad \rightarrow \text{Substituindo } x \text{ no lugar de } 0,251251...$$

$$1000x = 251 + x$$

$$1000x - x = 251 + x - x \quad \rightarrow \text{Eliminando } x \text{ do segundo membro, para não alterar devemos subtrair } x \text{ em ambos os membros da equação.}$$

$$999x = 251 \quad \rightarrow \text{Eliminando 999, para não alterar devemos dividir por 999 ambos os membros da equação.}$$

$$1 \frac{999x}{999} = \frac{251}{999}$$

$$x = \frac{251}{999}$$

Uma outra opção para achar a fração:

$$x = 0,251251... \quad \boxed{1}$$

$$1000 \cdot x = 1000 \cdot 0,251251... \quad \rightarrow \text{Numa equação podemos multiplicar ambos os membros que não alteramos o resultado, assim vamos multiplicar a equação por 1000.}$$

$$1000x = 251,251251... \quad \boxed{2}$$

$$\begin{array}{r} 1000x = 251,251251... \\ x = 0,251251... \end{array} \quad \rightarrow \text{Subtraindo membro a membro a equação 2 da equação 1.}$$

$$\hline 999x = 251$$

$$1 \frac{999x}{999} = \frac{251}{999} \quad \rightarrow \text{Eliminando 99, para não alterar devemos dividir por 99 ambos os membros da equação.}$$

$$x = \frac{251}{999} \quad \rightarrow \text{Fração geratriz.}$$

Você percebe algum padrão para transformar dízima periódica simples em fração?

Processo prático para achar a fração:

$$0,777... = \frac{7}{9}$$

Período com 1 algarismo.
Período
1 algarismo 9

$$0,251251... = \frac{251}{999}$$

Período com 3 algarismos.
Período
3 algarismos 9

$$0,151515... = \frac{15}{99} = \frac{15 : 3}{99 : 3} = \frac{5}{33}$$

Período com 2 algarismos.
Período
Simplificando
2 algarismos 9