

A escola e a didática da matemática

Guy Brousseau

Breve histórico

A didática

- Esse termo foi utilizado pelo humanista Comenius, no século 17, no sentido da « arte universal de ensinar tudo a todos »
- Deturpado, ele se transformou na «estupidez de querer ensinar algo a alguém que não quer aprender». Depois ele caiu em desuso e se transformou num adjetivo sinônimo de « pedante ».
- Ele foi substituído pelos termos de *pedagogia especial* e *metodologia*.

O ensino da matemática para toda a população é um projeto social antigo ...

- **Stévin** (1585) « inventa » os decimais e propõe o uso de medidas decimais
- No século 18, os enciclopedistas visam difundir por toda parte os conhecimentos e as técnicas (Diderot, D'Alembert)
- O século 19 concretiza o projeto: em 4 anos, as escolas do primeiro grau estão ensinando a língua escrita e a matemática elementar
- No início do século 20 (1908) a união mundial dos matemáticos encarrega **F. Klein** de criar a **ICMI, A Comissão internacional de Instrução Matemática**

- A ICMI pesquisa sobre o ensino da matemática necessário para o desenvolvimento das nações na era industrial. Ela sugere atualizá-lo através de reformas
- **1968.** Restabelecida após a 2ª guerra mundial, a **ICMI** passa do estudo à ação. Ela cria o **ICME**, o **Congresso Internacional** sobre **a educação matemática**, que reúne todos aqueles que participam na educação da matemática.
- Os participantes afirmam sua vontade de adaptar o ensino às concepções modernas da matemática e da educação, de unificar as linguagens e as práticas, do jardim de infância à universidade.
- Eles inscrevem esse projeto na perspectiva de um movimento humanista e mundialista para a infância

Os Institutos de Pesquisa sobre o Ensino da Matemática

- Em **1970**, na França, o Governo começa a criar os IREM, Institutos de Pesquisa em Ensino da Matemática. Que contam atualmente com 26 unidades, uma por região.
- Todos os professores os frequentam para aprender a matemática atual, e pesquisar juntos novos meios de resolver os problemas que encontram. Eles recebem a colaboração de pesquisadores de diferentes disciplinas.
- A formação dos professores tende a escapar da administração mas não está integrada nos currículos universitários

As didáticas das disciplinas

- No Québec, em 1970 os formadores de professores, integrados nas novas universidades, têm de indicar sua especialidade: é a **didática**, porque eles produzem todo tipo de meios modernos de ensino, e ensinam a arte de ensinar
- No entanto eles têm de especificar de que departamento universitário eles fazem parte, assim nascem as didáticas das disciplinas...
- Na França os IREM praticam essencialmente a didática... sem falar

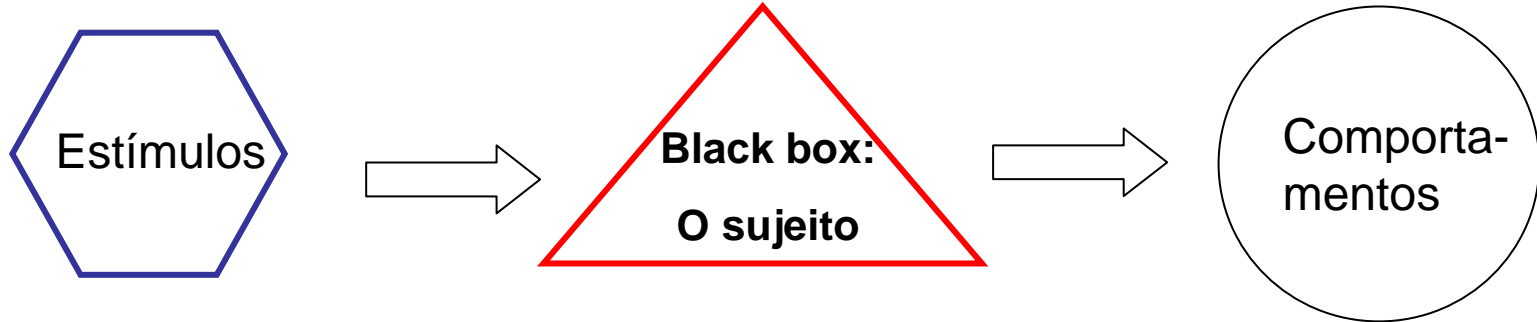
A didática da matemática

- Obviamente, era necessário tentar desenvolver pesquisas científicas para apoiar as iniciativas.
- Em **1975**, os matemáticos franceses abrem três canais de pesquisa dedicados à «*didática da Matemática*» com a perspectiva de criar uma especialidade acadêmica
- Em 1976, com um objetivo similar, o ICME cria a subcomissão '*Psicologia da Educação Matemática*'.
- Essas duas abordagens eram um pouco diferentes, mas a cooperação foi constante e proveitosa
- No que elas diferem?

Psicologia

Objetos do estudo

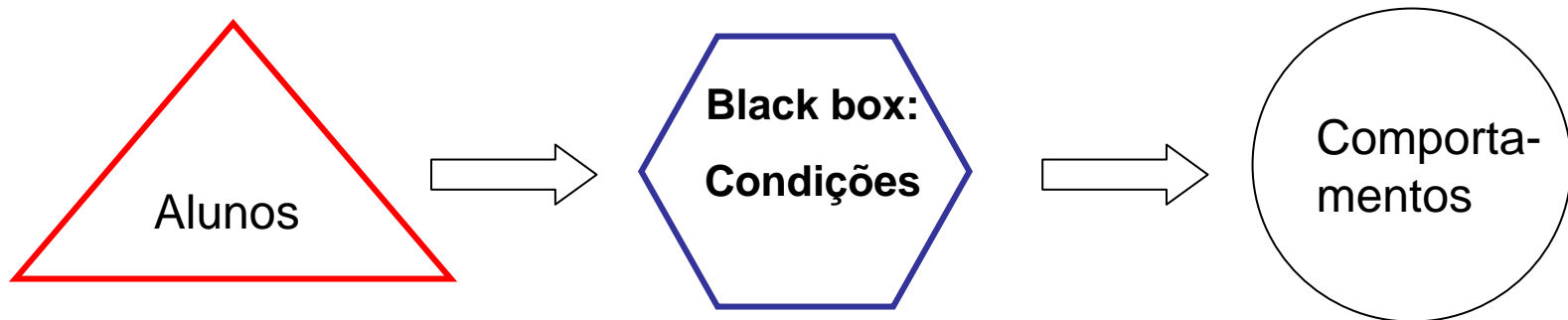
O sujeito psicológico



Os comportamentos esclarecem as características do sujeito

Didática

As situações



Os comportamentos esclarecem as características da situação

da **d**idática, arte do
professor

à **D**idática, estudo
científico dessa arte

A reforma da matemática

- A reforma progredia permeando os ciclos de ensino: da pesquisa à universidade, depois no segundo grau... Até onde chegar?
- É no nível primário que deveriam se encontrar os movimentos pedagógicos (C. Freinet), epistemológicos (Piaget) e matemáticos (Bourbaki), os diversos trabalhos de psicologia da criança e as concepções didáticas clássicas
- É ali, talvez, que os fenômenos seriam mais evidentes, que as experiências seriam mais fáceis, e que as pesquisas científicas poderiam ser mais úteis.

A arte de ensinar de Comenius

Na verdade, seus avatares modernos consistiam numa lista de prescrições «racionais» como as que seguem:

1. Princípio da construção

Tudo que for utilizado para construir um texto ou um algoritmo deve ter sido, num dado momento, previamente:

- ensinado
- e assimilado

2. Princípio da economia

Só deve se ensinar:

- aquilo que deve ser conhecido no fim
- ou que deve ser conhecido para aprender uma outra coisa, (ou seja os conhecimentos de referência).

→ consequência: tudo que é ensinado deve ser assimilado

... uma lista de prescrições racionais

3. Os **elementos primitivos** devem ser escolhidos entre aqueles que são familiares
4. **Método de base:** Tudo o que for necessário (na escola básica) pode ser assimilado pelo exemplo, a imitação, a correção e o exercício.
5. A **compreensão** acelera a aprendizagem mas não é indispensável.
6. Ela pode ser **facilitada** pela explicitação, a exposição, e a explicação.

A Didática da Matemática

- As prescrições da didática de Comenius foram questionadas pela educação desde J.J. Rousseau e pela psicologia cognitiva mas, elas se impunham e continuam se impondo, consideradas como evidentes por si mesmas nas relações do público com o ensino.
- Nossa intenção não era nem de aplicá-las nem de as combater, mas de estudá-las e discuti-las.
- Éramos, sobretudo, convencidos que, ao contrário do que pensava Comenius, a aprendizagem, e portanto o ensino, dependia, antes de tudo, de seu objeto: o conhecimento em si.
- Nosso argumento:

Se os humanos devem descobrir cada teorema através de caminhos inéditos e específicos, porque insistir em ensiná-los – e as crianças os aprender – com métodos universais ?

Estudo das condições

- Para descrever os trabalhos que nós efetuamos, o termo epistemologia experimental teria sido mais exato.
- Porque iniciamos o estudo do ensino por aquelas condições nas quais os conhecimentos matemáticos
 - se manifestam,
 - se constituem
 - e se adquirem.
- No início, só se tratava de estudos matemáticos dos dispositivos utilizados em psicologia mas, rapidamente, foi preciso organizar os conceitos necessários numa teoria das situações matemáticas
- Vamos dar como exemplo os números naturais

Um exemplo

Os Números Naturais

Definição matemática

O matemático Peano dá uma definição axiomática do número natural.

Um número natural é: todo objeto que tem as seguintes propriedades:

- Ele é um elemento de um conjunto...
- Que está munido de uma relação de ordem (transitiva, não reflexiva, anti-simétrica)...
- Total (todos os elementos são comparáveis)
- Cada elemento tem um sucessor único, (ordem injectiva)
- Ela tem um primeiro elemento único (que será chamado 1)
- E onde, se 2 elementos foram iguais, eles têm o mesmo predecessor (ordem sobrejectiva sobre $N - \{1\}$)

Condições a satisfazer...

- Tratava-se de tirar dessa definição condições onde uma criança de cinco anos possa utilizar e aprender números.
- Melhor ainda, tinha de fazer dela um método para construir todas as noções fundamentais.
- Teria assim, sem dúvida, que definir essas condições como objetos matemáticos (para poder mostrar a equivalência das definições) mais adiante →

As situações matemáticas

- Queremos que a aprendizagem do aluno seja uma simulação do raciocínio matemático e não uma repetição do texto de matemática dele decorrente.
- Assim, a ideia consiste em considerar as condições como determinadas por uma «situação», ou seja
- Através de um projeto de ação que só pode ser seguido se a noção de matemática visada for utilizada,
- De modo que não seja necessário conhecer essa noção de antemão para ter êxito no projeto, ou para implantá-lo
- Podemos, portanto, propor esse tipo de situação a um aluno sem ter de lhe ensinar a resposta.
- Essa situação é aquela de um matemático que cria instrumentos para resolver uma questão ou um problema.

Que situação exige e permite a invenção de uma noção matemática?

- Uma «situação» é um agenciamento de condições nas quais um atuante deve se encontrar, e aquilo que ele deve querer fazer para utilizar um número, mesmo se ele não o conhece, e mesmo se ele não sabe o que é um número.
- Esse projeto parece absurdo; mas não na etiologia: qual dispositivo permitiria saber se os corvos «conhecem» números?
- Esse exemplo traz à tona a importância de definir uma noção não pelo seu nome, sua descrição ou sua definição, mas pela sua função num sistema.
- E de fazer, assim, uma distinção entre conhecimento e saber:
- Os corvos não sabem os números, mas eles conhecem alguns.

A observação das situações

- Percebam que toda atividade em sala de aula que faça os alunos refletir pode ser modelizada como «situação» para determinar aquilo no qual ela os faz refletir.
- O conceito é utilizado tanto para sistematizar a observação quanto para guiar a engenharia didática
- Vamos observar ...

Situações de
enumeração de uma
coleção

1. Em família...

Mãe :

- Sabe, vovô..., o pequeno sabe contar!

Avô :

- Verdade? Vamos ver isso meu pequeno...

Mãe:

- Mostra para o vovô como você conta bem.

A criança, quatro anos:

- Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito,... dez, quinze, hummm...

Avô, admirado :

- Aaah! Muito bem! Só falta continuar!

2. Na escola...

Mas na família tem a tia Mimi, que é uma professora aposentada.

Tia Mimi:

- Não vovô, para ver se a criança sabe contar tem de mostrar os dedos e perguntar quantos têm, e depois pedir para que ela, por sua vez, mostre tantos dedos!

Recitar uma série de números não é suficiente!

E se ele não conseguir, a sua mãe não deve ficar decepcionada. Com quatro anos a maioria das crianças não consegue entender os números acima de 5, os psicólogos sabem isso.

Mãe : - mas nossa pequena vizinha Odile, que tem cinco anos, sabe contar até setenta!

Tia Mimi : - Sim, ela pode também recitar « O gato a fuinha e o coelhinho" que tem bem mais que 70 palavras, mas ela acredita que penates são um tipo de pantufa! Não tem muita importância...

Uma jovem colega me contou que, hoje em dia, os pais pressionam para que as crianças comecem a contar precocemente. Ela constatou que por causa desse bombardeio, alguns dos seus alunos desembestam a contar quando estão na frente de alguns objetos sem se dar ao trabalho de analisar a pergunta que lhes foi feita.

Seus alunos têm de 4 a 5 anos. Ela não pode mais propor simples exercícios de raciocínio... Basta ter alguns objetos para que eles coloquem em ordem... que eles comecem a contar!

Normalmente, as outras crianças estão no 5.

Então ela não pode mais organizar uma atividade matemática corriqueira!

3. Uma observação na escola

Professora: Aqui temos tintas dentro desses pequenos potes.

a) Você tem de ir buscar os pincéis que estão ali e colocar um em cada pote.

b) Você tem de trazer todos os pincéis de uma só vez.

c) E nenhum pincel pode ficar sem pote e nenhum pote sem pincel.

d) Se errar, você vai pegar todos os pincéis, trazê-los de volta onde os achou, e tentar de novo.

Precisa buscar os pincéis de uma só vez, colocar um em cada pote e não pode ficar nenhum pote vazio, nem nenhum pincel sem pote



Eu não desenhei 6 potes por comodidade. O número escolhido depende de conhecimentos dos alunos e do projeto do professor.

A criança vai buscar um punhado de pincéis e volta...



?



P - E então, você conseguiu?

C - Não, porque sobraram três.

P- Não serve, pegue todos novamente e tente mais uma vez.

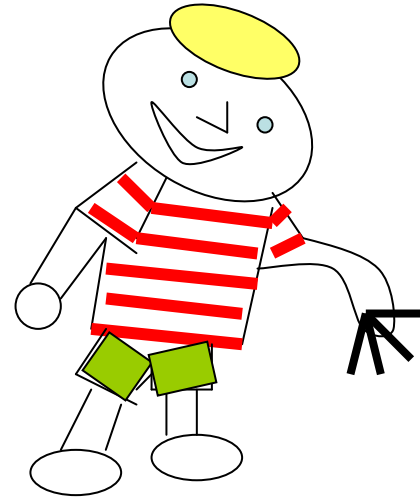
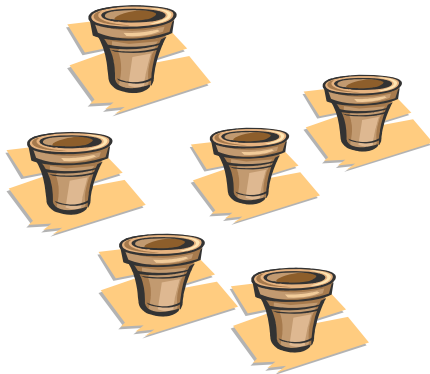


Algumas crianças aconselham: conte... conte os potes!

A criança conta os potes



Mas, mesmo assim, algumas crianças pegam um punhado de pincéis e voltam... Não entenderam o essencial!



Os outros dizem: Não! Conte também os pincéis...!
Algumas crianças contam **todos** os pincéis, e... mesmo assim, pegam um punhado aleatoriamente e vão embora.



Professor: Você saberá contar quando conseguir fazer isso, mesmo se tiver muitos potes.



?



E tem mais: precisa ter certeza

- Para um aluno bem sucedido, o professor prega uma peça. Enquanto está ocupado pegando os pincéis, ele esconde um pote.
- Quando o aluno voltar, ele precisa estar bastante seguro de sua capacidade (e do seu direito) para dizer
- Alguém fez uma brincadeira e pegou um pote !
- Esse exemplo mostra a diferença entre o saber contar e o conhecimento da contagem

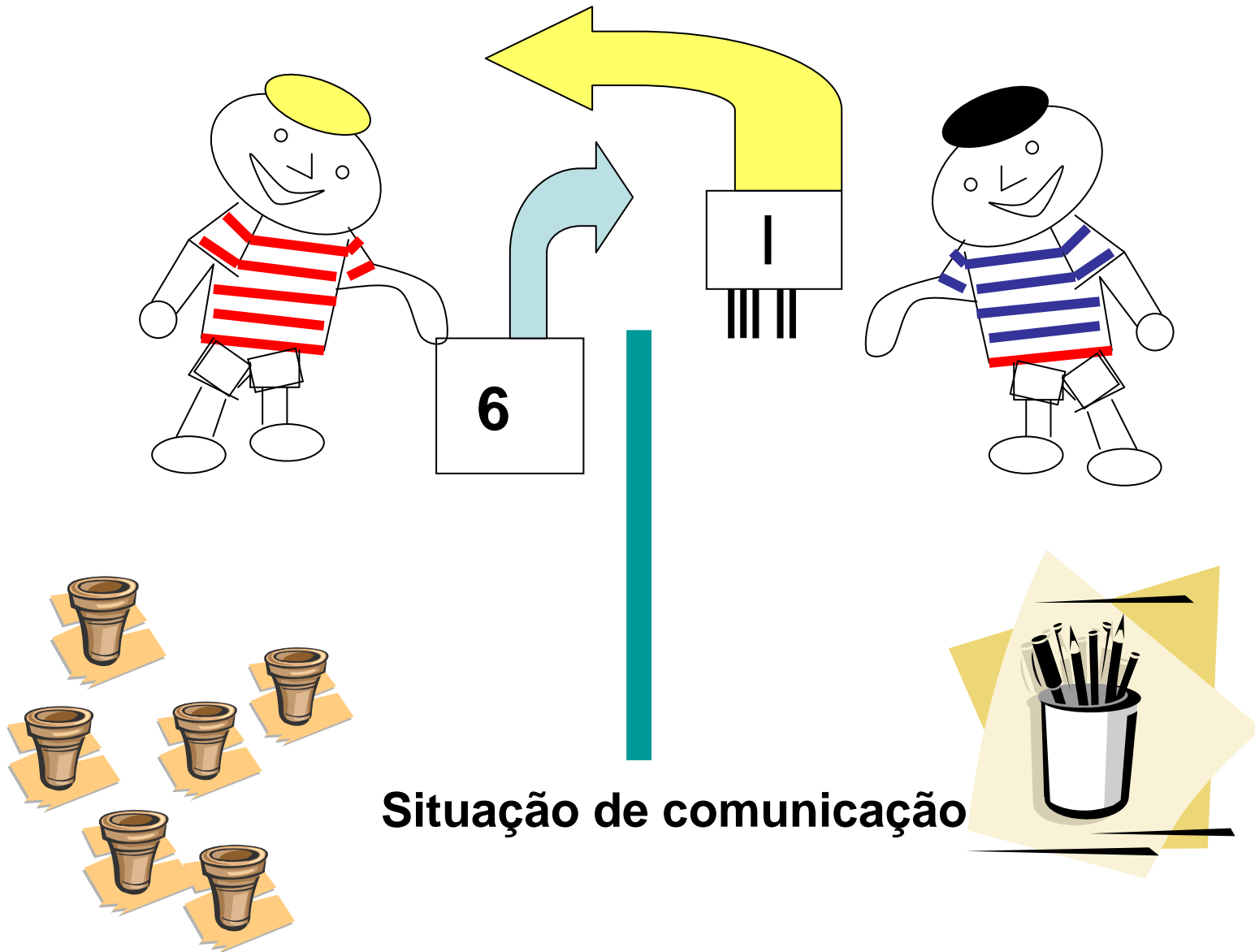
Conhecimentos e Saberes

- Convém distinguir **conhecimentos** como sendo meios mais ou menos verdadeiros e eficazes de responder a uma situação matemática,
- E o **saberes**, conhecimentos partilhados e reconhecidos como referências por um meio.
- (Não se trata de categorias psicológicas, mas de funções didáticas: um mesmo texto pode ser conhecimento e saber conforme a circunstâncias)

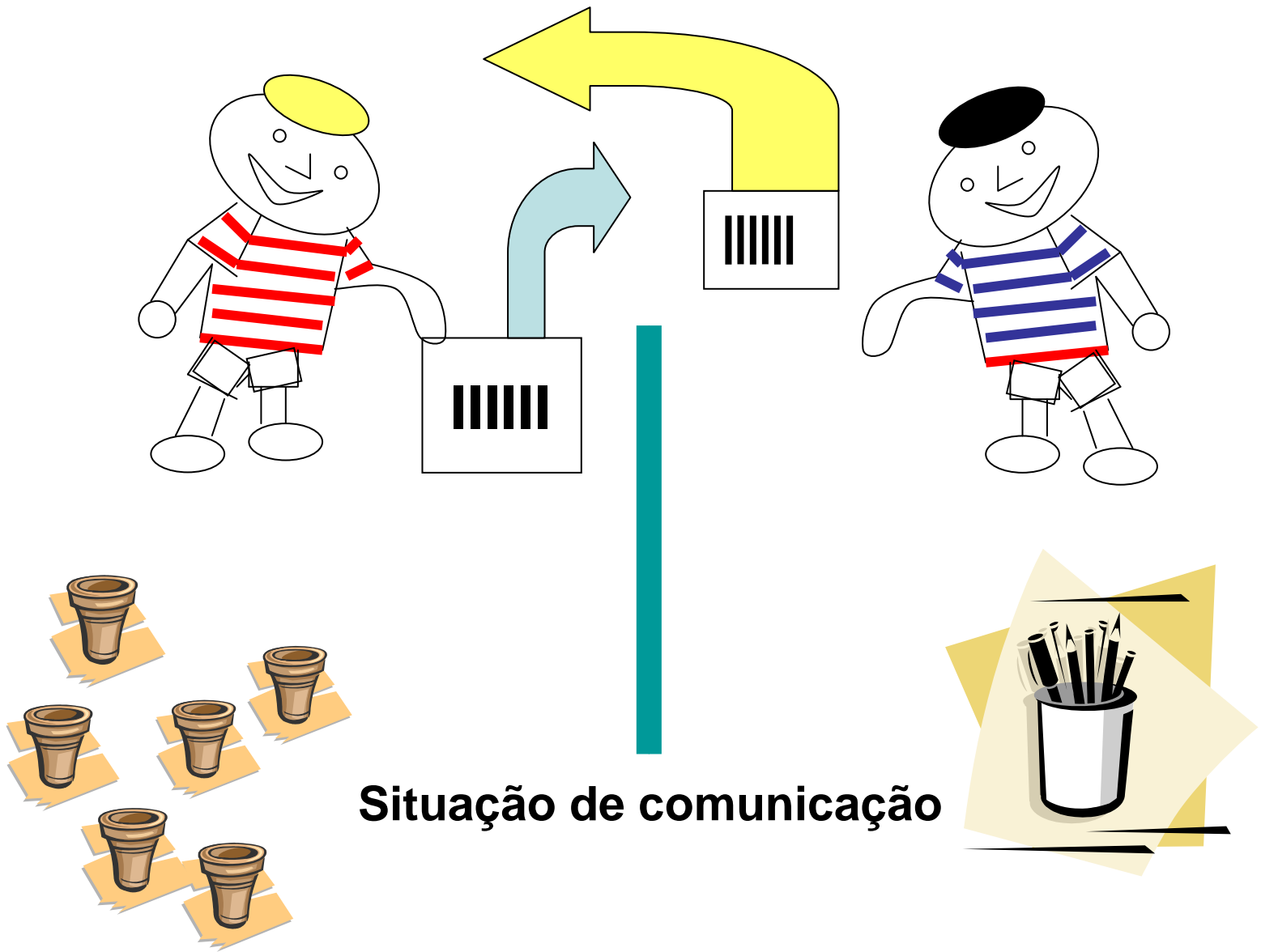
Mas... ??

- Mas, você pode me dizer, o aluno utilizou os números, uma vez que ele contou...
- Ele utilizou o que ele já sabia,
- Mas, vejamos o que acontece com números além da sua competência, números que ele ainda não conhece.
- Qualquer meio eficaz será equivalente ao número necessário.

- Para tornar visível a necessidade de uma escrita do número é conveniente substituir a situação de auto comunicação por uma situação de verdadeira comunicação.
- Uma criança vê os potes de tinta e só pode obter os pincéis pedindo-os a uma outra criança. Portanto, ela deve lhe enviar uma (e uma única) mensagem que a outra deve poder ler e traduzir numa quantidade exata de pincéis.



E se o destinatário não compreende « 6 »?



Situação de comunicação

...O método de Robinson Crusóé

- A situação dos potes de tinta torna necessária a invenção de um sistema de escrita e seu uso social (entre alunos).
- Ela possibilita aos alunos buscar maneiras de designar números antes que conheçam sua escrita canônica, utilizando números que ele já conhece.
- Assim, por exemplo, eles podem utilizar «a adição» para identificar os números de 8 a 15 a partir do momento que eles tenham o repertório de 1 a 7. Por exemplo, para 12 «7 e 5»
- Eles podem comunicar números da ordem de 200 e mais com repertório ordinário de 1 a 15, colocando as coleções efetivas em tabelas.