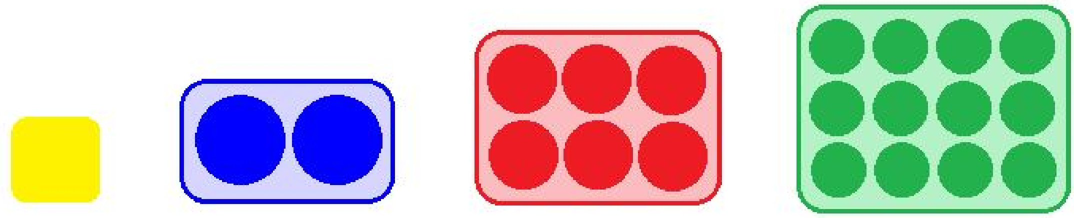
Resolução da Atividade Principal - MAT9_06ALG08

A professora de Carolina passou um trabalho bem desafiador a sua turma. Pediu para que os alunos tentassem encontrar alguma sequência de objetos que apresentasse algum tipo de regularidade e em seguida formulasse uma questão para que toda turma resolvesse.
Carolina ficou atenta durante dias, até que brincando com sua irmã mais nova observou uma certa regularidade nas peças de um jogo de montar. Veja as peças que Carolina separou para levar a sua turma:

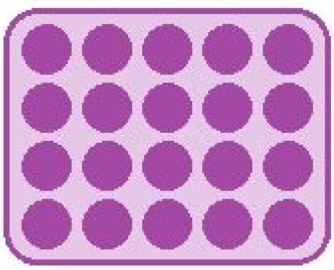


Peça 1 Peça 2 Peça 3 Peça 4

Após analisar cuidadosamente as peças do jogo, Carolina elaborou as seguintes questões:

(A) O jogo possui uma quinta peça. Analisando a sequência apresentada faça um desenho de como você imagina esta peça e explique o que você observou.

Soluções Possíveis:

Desenho	Explicações possíveis
 Peça 5	A peça 1 não possui círculos. A peça 2 possui uma única fileira de 2 círculos. A peça 3 possui duas fileiras de 3 círculos. A peça 4 possui três fileiras de 4 círculos. Sendo assim, as peças possuem em cada fileira a quantidade exata de círculos referente ao número da peça, mas sempre têm uma fileira a menos do que o número da peça. Logo, a peça 5 possui quatro fileiras de 5 círculos cada.
	Se em cada peça tivesse uma fileira a mais, teríamos o quadrado do número da peça de círculos. Então, as peças possuem uma quantidade de

	círculos igual ao número da peça ao quadrado menos o número da peça. Logo, para a peça 5, temos que $5^2 - 5$ é igual a 20. Portanto, a peça possui 20 círculos distribuídos em $5 - 1 = 4$ fileiras.

(B) Escreva uma lei de formação para as peças do jogo, considerando o número de círculos (n) que cada peça possui.

Resposta:

Considerando as explicações anteriores e representando por **n** o número de círculos e **p** o número da peça na sequência. Podemos escrever a lei de formação de dois modos:

$\mathbf{n = (p - 1).p}$ ou $\mathbf{n = p^2 - p}$

(C) Suponha que o jogo ganhará uma nova expansão e que as peças novas seguirão a sequência acima. Qual o número da peça que irá possuir 110 círculos?

Soluções Possíveis:

Seja n = 110, utilizando a lei de formação do item anterior, temos $\mathbf{n = p^2 - p}$ $110 = p^2 - p$, uma equação quadrática na incógnita p. Resolução pelo método de completar quadrados e consequentemente fatoração: $110 = p^2 - p$ Para que a equação tenha dois quadrados perfeitos em seu primeiro membro, multiplicamos por 4 para obter $(2p)^2$ e não precisar trabalhar com frações: $(.4)\ p^2 - p = 110\ (.4)$ $4p^2 - 4p = 440$ $(2p)^2 - 2.(2p).1 = 441$ Um trinômio do quadrado perfeito possui os seguintes termos: $\mathbf{a^2 + 2.a.b + b^2}$ Observe que na equação o número	O aluno utiliza a lei de formação do item anterior, substitui a incógnita que representa a quantidade de círculos por 110 e percebe que está lidando com uma equação quadrática. Em seguida, resolve a equação quadrática pelo método de completar quadrados e soluciona a situação-problema.

<table>
<tr>
<td>
que substitui o b é o número 1, logo o que falta para se tornar um trinômio do quadrado perfeito é 1^2, por isso adicionamos 1 aos dois membros:
$(+1)\ (2p)^2 - 2.(2p).1 = 440\ (+1)$
$(2p)^2 - 2.(2p).1 + 1 = 441$
$(2p - 1)^2 = 441$
$2p - 1 = \pm \sqrt{441}$
$2p - 1 = \pm 21$
<table>
<tr><td>$2p - 1 = 21$</td><td>$2p - 1 = - 21$</td></tr>
<tr><td>$2p = 22$</td><td>$2p = - 20$</td></tr>
<tr><td>$p = 11$</td><td>$p = - 10$</td></tr>
</table>
Como as peças são representadas por números naturais, então a peça de número 11 teria 110 círculos.
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>
Seja $n = 110$, utilizando a lei de formação do item anterior, temos
$n = p^2 - p$
$110 = p^2 - p$,
uma equação quadrática na incógnita p.
Resolução pela fórmula resolutiva da equação quadrática:
$(-110)\ 110 = p^2 - p\ (-110)$
$p^2 - p - 110 = 0$
$a = 1$; $b = -1$; $c = -110$

$\Delta = b^2 - 4.a.c$
$\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-110)$
$\Delta = 1 + 440$
$\Delta = 441$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\triangle}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{441}}{2.1} = \frac{1 \pm 21}{2}$$
$$x_1 = \frac{22}{2} = 11 \quad ou \quad x_2 = -\frac{20}{2} = -10$$
As peças são representadas por números naturais, então o número da peça que possui 110 círculos é 11.
</td>
<td>
O aluno utiliza a lei de formação do item anterior, substitui a incógnita que representa a quantidade de círculos por 110 e percebe que está lidando com uma equação quadrática. Em seguida, resolve a equação quadrática pela fórmula resolutiva e soluciona a situação-problema.
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Considerando a lei de formação da sequência:
$n = p^2 - p$
Realiza-se algumas tentativas:
<table>
<tr><td>Para $p = 9$</td><td>$n = 9^2 - 9$</td><td>$n = 72$</td></tr>
</table>
</td>
<td>
Aqui, o aluno faz algumas tentativas com os números possíveis para as peças até chegar na quantidade de 110 círculos. Por mais que ele não resolva algebricamente a equação quadrática, ele faz uso dela, pois é
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
<table>
<tr><td>Para p = 10</td><td>$n = 10^2 - 10$</td><td>n = 90</td></tr>
<tr><td>Para p = 11</td><td>$n = 11^2 - 11$</td><td>n = 110</td></tr>
</table>
Logo, a peça de número 11 possui 110 círculos.
</td>
<td>necessário que ele compreenda a regularidade na sequência e encontre um valor numérico que satisfaz o padrão esperado.</td>
</tr>
</table>