Resolução da atividade principal - MAT9_06ALG10

Paulo é funcionário de um parque e tem a seguinte tarefa: cercar completamente uma região retangular de 400m² com uma fileira de flores. Ao calcular o comprimento dessa região para comprar as flores, ele se enganou, fez os cálculos como se a região fosse quadrada e comprou 2 metros a menos que o necessário para cercar a região ilustrada na figura abaixo.

(A) Qual foi o cálculo inicial que Paulo fez para determinar a medida dos lados (considerando o engano que ele cometeu)?

Solução: Paulo considerou a região de 400 m² como uma região quadrada. Por consequência, determinou que os lados desse quadrado seriam de 20 m, pois 20 . 20 = 400 m². Representando algebricamente, temos:

$$A_{\square} = L \cdot L$$
$$400 = L^2$$
$$\pm \sqrt{400} = L$$
$$L = \pm 20 \text{ m}$$

Como L é uma medida de comprimento, então o lado encontrado por Paulo foi de 20 m.

(B) Qual é o perímetro real da região retangular? Explique.

Solução: A situação-problema apresentada diz que por conta do engano de Paulo ele comprou uma quantidade de flores na qual faltará 2 metros para cercar completamente a região. Como Paulo considerou um quadrado de 20 m de lado, o perímetro calculado por ele foi de 4 . 20 = 80 m, mas o correto seria 82 m (80 + 2). Portanto, a região retangular possui 82 m de perímetro.

(C) Determine as medidas do comprimento e largura dessa região que será cercada por flores.

Solução: Sabe-se que a **área** da região retangular é de 400 m² e o **perímetro** dessa região é de 82 m. Representando os lados desse retângulo por ***x*** e ***y***, podemos escrever essas informações através do seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} xy = 400 \\ 2x + 2y = 82 \end{cases}$$

Antes de resolver o sistema, podemos simplificá-lo dividindo os termos da segunda equação por 2:

$$(\div \mathbf{2}) \ \ 2x \ + \ 2y \ = \ 82 \ \ (\div \mathbf{2})$$
$$x + y = 41$$

Sendo assim, o sistema ficará em sua forma simplificada

$$\begin{cases} xy = 400 \\ x + y = 41 \end{cases}$$

Seguindo o objetivo de substituir uma equação na outra para obter uma igualdade de uma única incógnita, escrevemos ***y*** em função de ***x*** na segunda equação:

$$(-\boldsymbol{x}) \;\; x + y = 41 \;\; (-\boldsymbol{x})$$
$$y = 41 - x$$

Em seguida, substituímos ***y*** na primeira equação pela relação acima:

$$xy = 400$$
$$x(41 - x) = 400$$
$$41x - x^2 = 400$$

Observe que nos deparamos com uma ***equação quadrática*** para resolver.

$$41x - x^2 = 400$$
$$x^2 - 41x + 400 = 0$$

Identificamos os coeficientes da equação: a = 1, b = - 41 e c = 400.
Calculamos o valor do discriminante Δ:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (-41)^2 - 4.1.400$$
$$\Delta = 1681 - 1600$$
$$\Delta = 81$$

Por fim, calculamos as raízes x_1 e x_2:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-41) \pm \sqrt{81}}{2.1} = \frac{41 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{50}{2} = 25 \qquad ou \qquad x_2 = \frac{32}{2} = 16$$

Como encontramos duas soluções naturais que satisfazem a situação problema, devemos considerar as duas soluções para determinar o valor de ***y***:

$$y = 41 - x$$

$para\ x = 16$	*para x = 25*
y = 41 – 16 *y = 25*	*y = 41 – 25* *y = 16*

Portanto, o sistema de equações possui dois pares de soluções {(16,25) ; (25,16)}. Entretanto, chamamos o maior lado de comprimento (**x = 25**) e o menor lado de largura (**y = 16**).