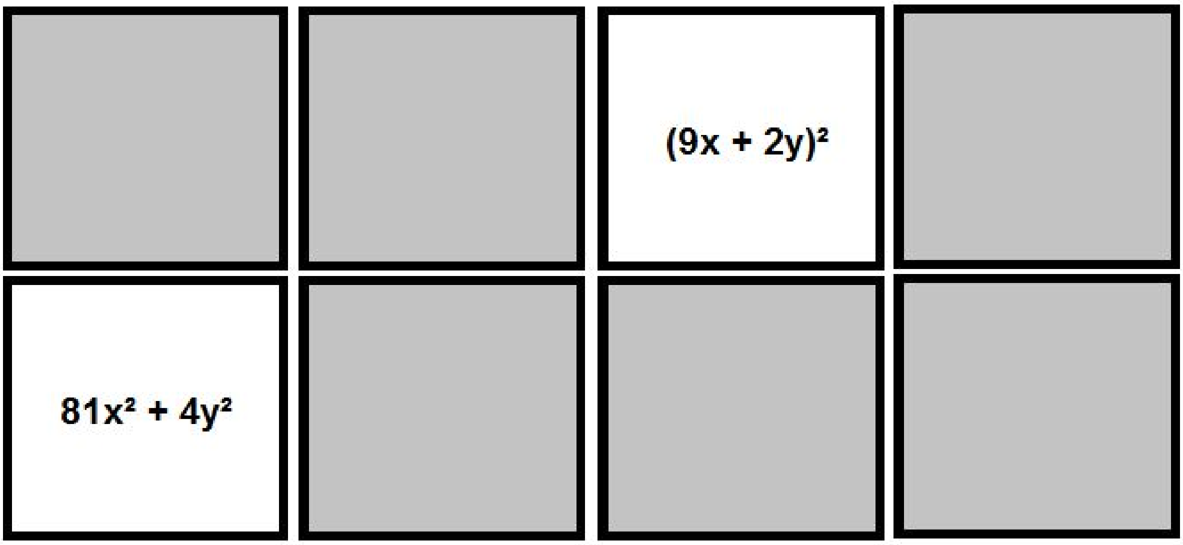
Resolução da atividade complementar - MAT09_05ALG09

1 - Um jogo de memória de expressões algébricas funciona da seguinte forma: um jogador que vira uma carta deve virar outra de mesmo valor para pontuar, caso contrário as duas cartas são novamente desviradas na mesa. Ana Carolina fez a seguinte jogada:



(A) Com estas duas cartas viradas, Ana Carolina conseguiu pontuar no jogo? Justifique.

Resposta: Não. As duas cartas possuem valores diferentes.

Solução: Notamos que a carta "$(9x + 2y)^2$" possui o seguinte valor, se desenvolvemos o quadrado da soma de dois termos para um trinômio quadrado perfeito:

$$(9x + 2y)^2 =$$
$$81x^2 + 36xy + 4y^2$$

A segunda carta "$81x^2 + 4y^2$" é diferente, logo:

$$(9x + 2y)^2 \neq 81x^2 + 4y^2$$

$$81x^2 + 36xy + 4y^2 \neq 81x^2 + 4y^2$$

(B) Qual a diferença entre estas duas cartas, ou seja, o que falta para que sejam iguais?

Resposta: 36xy

Solução: Realizando a subtração entre ambas cartas. Temos:

$$81x^2 + 36xy + 4y^2 - (81x^2 + 4y^2) =$$
$$81x^2 + 36xy + 4y^2 - 81x^2 - 4y^2 =$$
$$\mathbf{36xy}$$

2 - Num jogo de adivinhação, Lucas colocou em um papel dois números distintos para que José adivinhasse e deu as seguintes dicas:

- **A soma de seus quadrados é 29.**
- **O produto entre eles é 10.**

Ajude José a encontrar o valor destes dois números explicando o raciocínio que utilizou.

Resposta: Os números são 5 e 2. A justificativa é pessoal.

Solução:Vamos resolver utilizando o trinômio quadrado perfeito.
Chama-se um desses dois números distintos de x e o outro de y.
Na primeira dica, temos que $x^2 + y^2 = 29$. Na segunda dica temos que $xy = 10$.

Com estes dados sabemos o valor de $(x + y)^2$. Veja:

$$(x + y)^2 =$$

$$\mathbf{x^2 + 2xy + y^2 =}$$

$$\underbrace{\mathbf{(x^2 + y^2)}}_{29} + \underbrace{2\mathbf{xy}}_{2\,.\,10} =$$

$$29 + 2 \,.\, 10 =$$

$$29 + 20 =$$

$$49$$

Se $(x + y)^2 = 49$, então concluímos que $x + y = 7$, pois $7^2 = 49$. De onde tiramos que os únicos números que satisfazem os dados é $x = 5$ e $y = 2$ ou $x = 2$ e $y = 5$.

3 [Desafio] - No banco Mat-money as aplicações financeiras funcionam da seguinte forma:

- **Se depositar uma certa quantia em meses pares, com o rendimento do banco ao final do mês você terá o quadrado desta quantia depositada.**
- **Se depositar uma certa quantia em meses ímpares, com o rendimento do banco ao final do mês você terá um valor igual ao produto dos dois últimos depósitos. Se não houver dois depósitos será igual ao último apenas.**

Carlos é cliente do banco Mat-money, deposita há 4 meses e já possui $(x + y)^2$ reais para $x \neq y$. Descreva como foram os possíveis depósitos de Carlos para que ele juntasse essa quantia.

Resposta:

Solução: Carlos juntou uma quantia de $(x + y)^2$, que é o mesmo que $x^2 + 2xy + y^2$.
Como Carlos é cliente a 4 meses existem duas possibilidades a serem estudadas. Iniciado em mês par, ou iniciado em mês ímpar.

Primeiro caso - Início dos depósitos em mês par.

Paridade do Mês	**Valor depositado**	**Valor após o rendimento**
Par	x	x^2
Ímpar	y	xy
Par	y	y^2
Ímpar	x	xy

Total: $x^2 + xy + y^2 + xy = x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$

Segundo caso -Início dos depósitos em mês ímpar.

Paridade do Mês	**Valor depositado**	**Valor após o rendimento**
Ímpar	xy	xy
Par	x	x^2
Ímpar	y	xy
Par	y	y^2

Total: $xy + x^2 + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$

Como a numeração dos meses é uma sequência numérica de um em um, é garantido que a paridade deles é ora ímpar ora par.