Resolução da Atividade Complementar - MAT6_03NUM10

1. Três tipos de cabos de aço, A, B e C, medindo 24m, 60m e 108m respectivamente, devem ser cortados em tamanhos iguais pois serão preparados em bobinas para transporte, e essas bobinas devem comportar obrigatoriamente fios do mesmo tamanho e de um mesmo tipo. Qual deve ser o tamanho final destes cabos, de forma que seja necessário o menor número possível de bobinas?

RESOLUÇÃO:

O cabo do tipo A, pode ser cortado em pedaços de tamanhos 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24 metros, afinal estes são os divisores de 24.
O cabo do tipo B, pode ser cortado em pedaços de tamanhos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60 metros.
O cabo do tipo C, pode ser cortado em pedaços de tamanhos, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54 e 108 metros.

O Máximo Divisor comum, neste caso é o número 12. Portanto, os cabos deverão ser cortados em pedaços de 12 metros. Dessa forma, bastarão 2 bobinas do cabo A, 5 bobinas do cabo B e 9 bobinas do cabo do tipo C.

2. As afirmações abaixo são todas verdadeiras. Tente explicá-las utilizando exemplos numéricos ou suas próprias palavras.
   I) Dados dois números naturais diferentes de zero, se um número for múltiplo do outro, o menor deles é o máximo divisor comum e o maior é o mínimo múltiplo comum entre os dois.
   II) Se na decomposição em fatores primos de dois números naturais dados, não houver fator primo que esteja nas duas decomposições, então estes números são primos entre si.
   III) Se tivermos um conjunto com 3 números primos o menor múltiplo comum aos 3, será o produto entre eles e o maior divisor comum será 1.
   IV) O conjunto formado pelos múltiplos comuns a dois ou mais números naturais dados não tem um valor máximo.
   V) Dois números quadrados perfeitos nem sempre são primos entre si.
   VI) Dados dois números *a* e *b*. Se você multiplicar o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum, o resultado será igual ao produto *a x b*.

Resolução:

I) Exemplos: 6 e 18, onde 6 é o MDC e 18 é o MMC; 12 e 36, onde 12 é o MDC e 36 é o MMC.
Isso ocorre porque todo número é múltiplo e divisor de si mesmo. Assim, se um é múltiplo do outro, o menor é divisor do maior e de si mesmo (e não haverá divisor maior) e o maior é múltiplo do menor e de si mesmo (e não haverá múltiplo menor).

II) Exemplo: 20 e 27; 20=2 x 2 x 5 e 27 = 3 x 3 x 3. Não há fatores em comum nas decomposições em fatores primos e eles não possuem divisores comuns.
Os divisores de 20 e 27 e de quaisquer outros exemplos são formados por combinações dos fatores primos. Logo, se não há fatores primos em comum, não tem como haver divisores em comum.

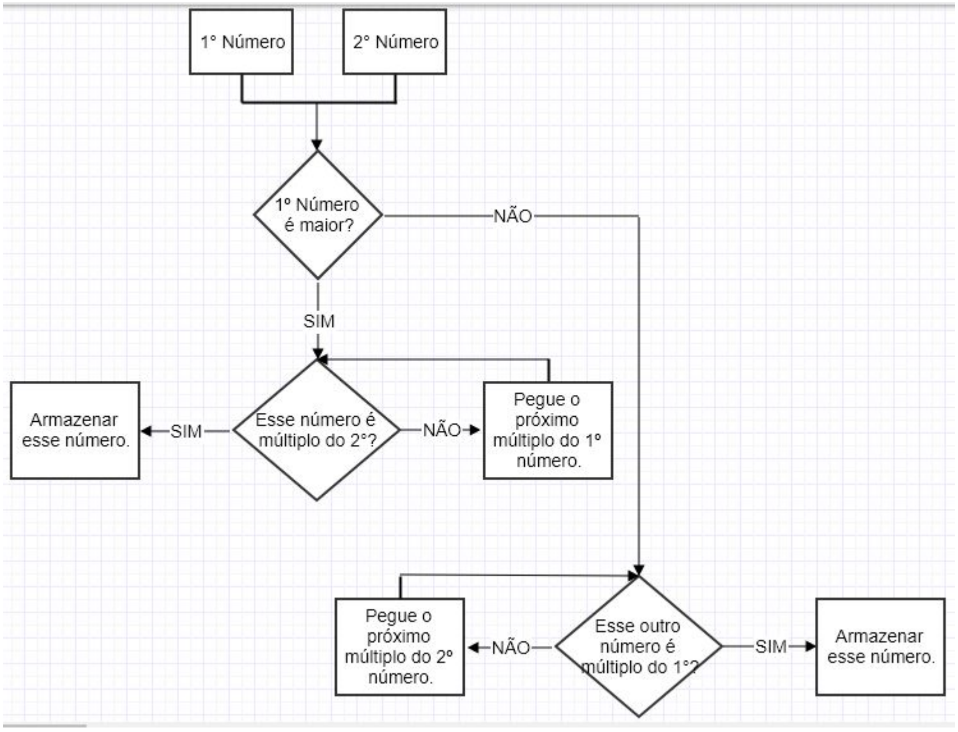
III) Exemplo: 5, 7 e 9. O MMC é o produto 5 x 7 x 9 = 315, e, como eles são primos, o único divisor comum entre eles é o número 1.
De fato, números primos são divisíveis apenas por 1 e eles mesmos. Logo, o 1 é o único divisor comum. Como o produto dos números dividido pelo MDC resulta no MMC, e o MDC é 1, o produto dos números é o próprio MMC.

IV) Exemplo: Múltiplos de 4 e 9: 36, 72, 108, 144.... Por maior que seja o múltiplo comum, sempre será possível obter um outro ainda maior.
O conjunto dos múltiplos comuns a dois ou mais números é o conjunto dos múltiplos do MMC. Como todo conjunto de múltiplos é formado pelos produtos entre o primeiro número e a sequência dos naturais (que é infinita), então todo conjunto de múltiplos é infinito.

V) Exemplo: 9 e 81. São números quadrados perfeitos, mas não são primos entre si, já que 9 é o MDC entre os dois.
De fato isso ocorre sempre que pelo menos um dos quadrados não é um quadrado de um primo, mas sim o quadrado de um número composto que possua, na decomposição, o mesmo primo presente no outro número.

VI) Exemplo: 15 e 25. O MDC entre os dois é 5 e o MMC é 75. 75 x 5 = 375. E 15 x 25 = 375.
Isso ocorre por que o MDC é o fator que se repete nos dois números e o MMC é formado pelos fatores dos dois números excetuando aquele que se repete. Assim, multiplicando MMC e MDC, temos um número composto por todos os fatores dos dois números.

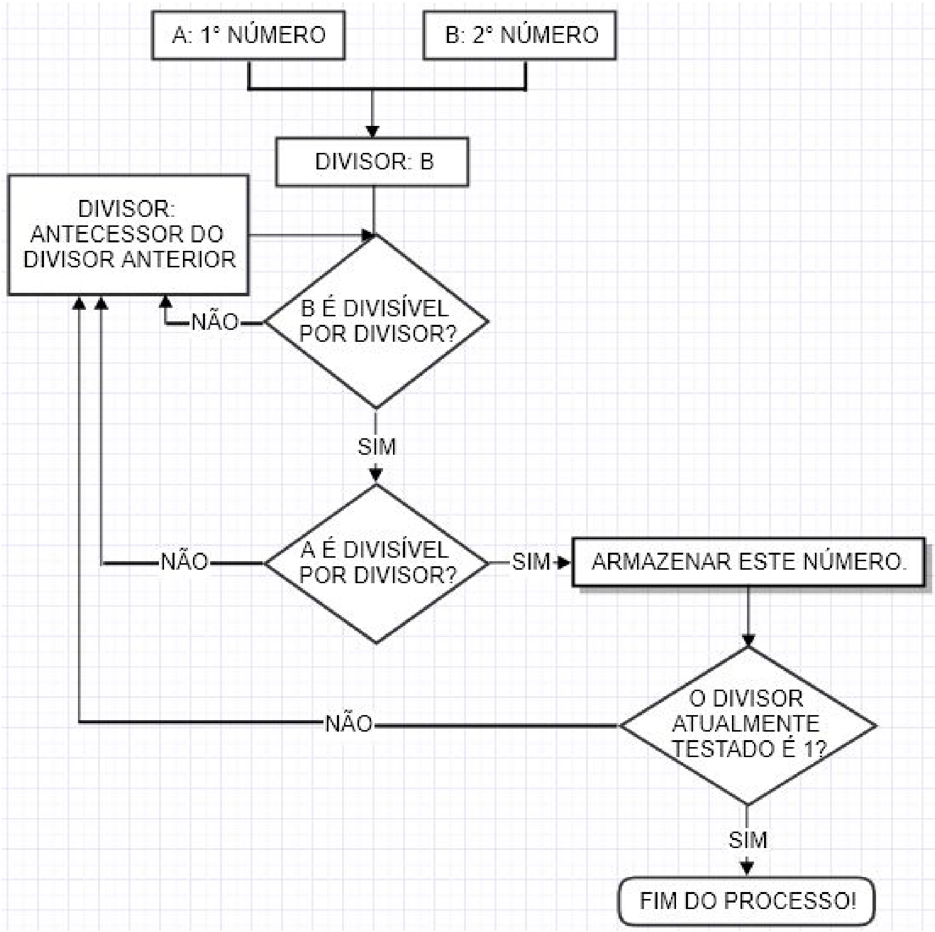
3. DESAFIO: Observe o Fluxograma abaixo que apresenta uma maneira de se calcular os menores múltiplos comuns a dois números naturais dados:



Você consegue elaborar um outro fluxograma que dê como resposta os divisores comuns a dois números naturais dados?

Resolução:

Uma alternativa de Fluxograma é o que segue abaixo. Ele faz testes em candidatos a divisor em ordem decrescente, não necessariamente se iniciando pelo menor dos dois números envolvidos. Quando encontra um que seja divisor de A e B, ele dá o comando para se armazenar este número, pois ele é um divisor comum a A e B. Observe que o primeiro divisor comum encontrado neste caso, será o próprio MDC (Máximo Divisor Comum) e o último divisor comum encontrado será o número 1. Após ser encontrado o número 1, o fluxograma indica o fim do processo.


A: 1° NÚMERO
B: 2° NÚMERO
DIVISOR: B
DIVISOR: ANTECESSOR DO DIVISOR ANTERIOR
B É DIVISÍVEL POR DIVISOR?
NÃO
SIM
A É DIVISÍVEL POR DIVISOR?
NÃO
SIM
ARMAZENAR ESTE NÚMERO.
O DIVISOR ATUALMENTE TESTADO É 1?
NÃO
SIM
FIM DO PROCESSO!