

Resolução da atividade complementar - MAT5_26RDP05

1 - O problema pede que se descubra qual é a idade dos três filhos de Carlos. Para chegarmos a esta resposta, devemos fazer alguns apontamentos. O ponto de partida para a solução deste problema é destacar algumas informações que estão no texto, e que fundamentais para a resolução, que são as seguintes:

1 - São três números que multiplicados entre si, tenham como resposta o número 36.

2 - A segunda condição é que estes mesmos números ao serem somados, devem apresentar como resultado um número par.

3 - A diferença entre o filho mais velho e os filho mais novo é de apenas 1 ano.

Observadas essas três informações, o aluno começa a resolver este problema, por meio de uma tabela, onde irá fazer testes com alguns números que atendem a todos esses requisitos.

Em primeiro lugar determinar quais são os números que atendem à primeira informação, que diz que o produto das 3 idades é igual a 36.

Idades	Produto
1, 1, 36	$1 \times 1 \times 36 = 36$
1, 2, 18	$1 \times 2 \times 18 = 36$
1, 3, 12	$1 \times 3 \times 12 = 36$
1, 4, 9	$1 \times 4 \times 9 = 36$
1, 6, 6	$1 \times 6 \times 6 = 36$
2, 2, 9	$2 \times 2 \times 9 = 36$
2, 3, 6	$2 \times 3 \times 6 = 36$
3, 3, 4	$3 \times 3 \times 4 = 36$

O próximo passo é determinar a soma das três idades, para verificar quais apresentam como resposta um número par.

Idades	Produto	Soma
1, 1, 36	$1 \times 1 \times 36 = 36$	$1 + 1 + 36 = 38$
1, 2, 18	$1 \times 2 \times 18 = 36$	$1 + 2 + 18 = 21$
1, 3, 12	$1 \times 3 \times 12 = 36$	$1 + 3 + 12 = 16$
1, 4, 9	$1 \times 4 \times 9 = 36$	$1 + 4 + 9 = 14$
1, 6, 6	$1 \times 6 \times 6 = 36$	$1 + 6 + 6 = 13$
2, 2, 9	$2 \times 2 \times 9 = 36$	$2 + 2 + 9 = 13$
2, 3, 6	$2 \times 3 \times 6 = 36$	$2 + 3 + 6 = 11$
3, 3, 4	$3 \times 3 \times 4 = 36$	$3 + 3 + 4 = 10$

Esta afirmação permite descartar alguns valores, pois apresentaram como resultado das tres idades, um número ímpar. Identifica-se na tabela os valores que não atendem

Idades	Produto	Soma	
1, 1, 36	$1 \times 1 \times 36 = 36$	$1 + 1 + 36 = 38$	
1, 2, 18	$1 \times 2 \times 18 = 36$	$1 + 2 + 18 = 21$	NÚMERO ÍMPAR
1, 3, 12	$1 \times 3 \times 12 = 36$	$1 + 3 + 12 = 16$	
1, 4, 9	$1 \times 4 \times 9 = 36$	$1 + 4 + 9 = 14$	
1, 6, 6	$1 \times 6 \times 6 = 36$	$1 + 6 + 6 = 13$	NÚMERO ÍMPAR
2, 2, 9	$2 \times 2 \times 9 = 36$	$2 + 2 + 9 = 13$	NÚMERO ÍMPAR
2, 3, 6	$2 \times 3 \times 6 = 36$	$2 + 3 + 6 = 11$	NÚMERO ÍMPAR
3, 3, 4	$3 \times 3 \times 4 = 36$	$3 + 3 + 4 = 10$	

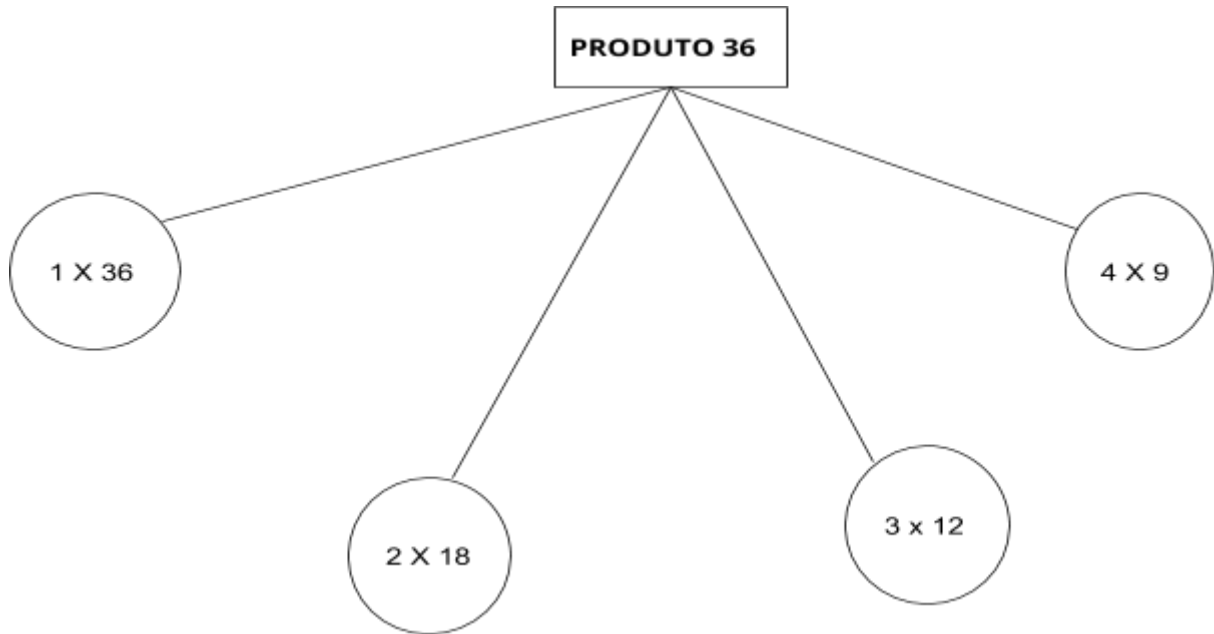
Dos valores que apresentaram no resultado um número par, realiza-se a diferença entre a idade do filho mais velho e do filho mais novo.

Idades	Produto	Soma	Resultado	Diferença
1, 1, 36	$1 \times 1 \times 36 = 36$	$1 + 1 + 36 = 38$	NÚMERO PAR	$36 - 1 = 38$
1, 2, 18	$1 \times 2 \times 18 = 36$	$1 + 2 + 18 = 21$	NÚMERO ÍMPAR	-
1, 3, 12	$1 \times 3 \times 12 = 36$	$1 + 3 + 12 = 16$	NÚMERO PAR	$16 - 1 = 15$
1, 4, 9	$1 \times 4 \times 9 = 36$	$1 + 4 + 9 = 14$	NÚMERO PAR	$14 - 1 = 13$
1, 6, 6	$1 \times 6 \times 6 = 36$	$1 + 6 + 6 = 13$	NÚMERO ÍMPAR	-
2, 2, 9	$2 \times 2 \times 9 = 36$	$2 + 2 + 9 = 13$	NÚMERO ÍMPAR	-
2, 3, 6	$2 \times 3 \times 6 = 36$	$2 + 3 + 6 = 11$	NÚMERO ÍMPAR	-
3, 3, 4	$3 \times 3 \times 4 = 36$	$3 + 3 + 4 = 10$	NÚMERO PAR	$4 - 3 = 1$

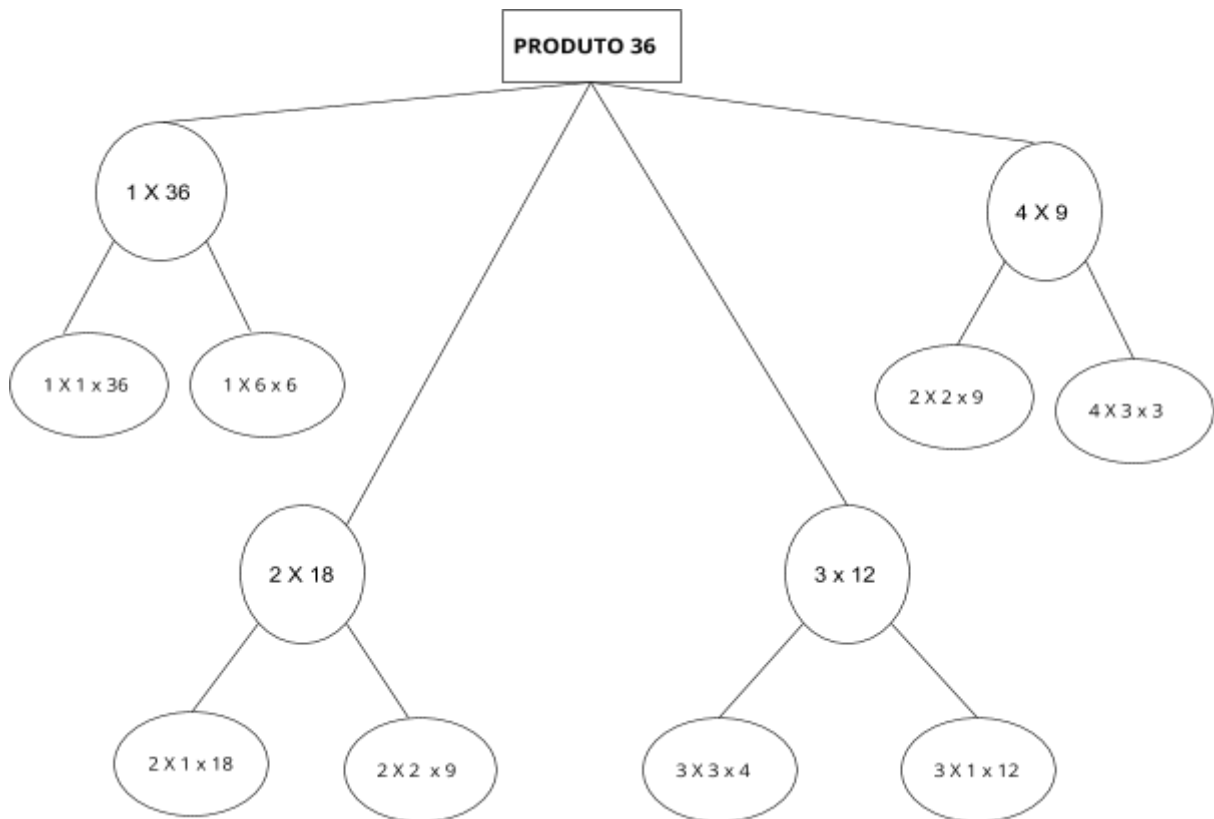
Descobrimos que os filhos de Carlos têm 4 e 3 anos , e como são três filhos, os dois mais novos são gêmeos. Suas idades então são: 3, 3 e 4.

Outra Solução

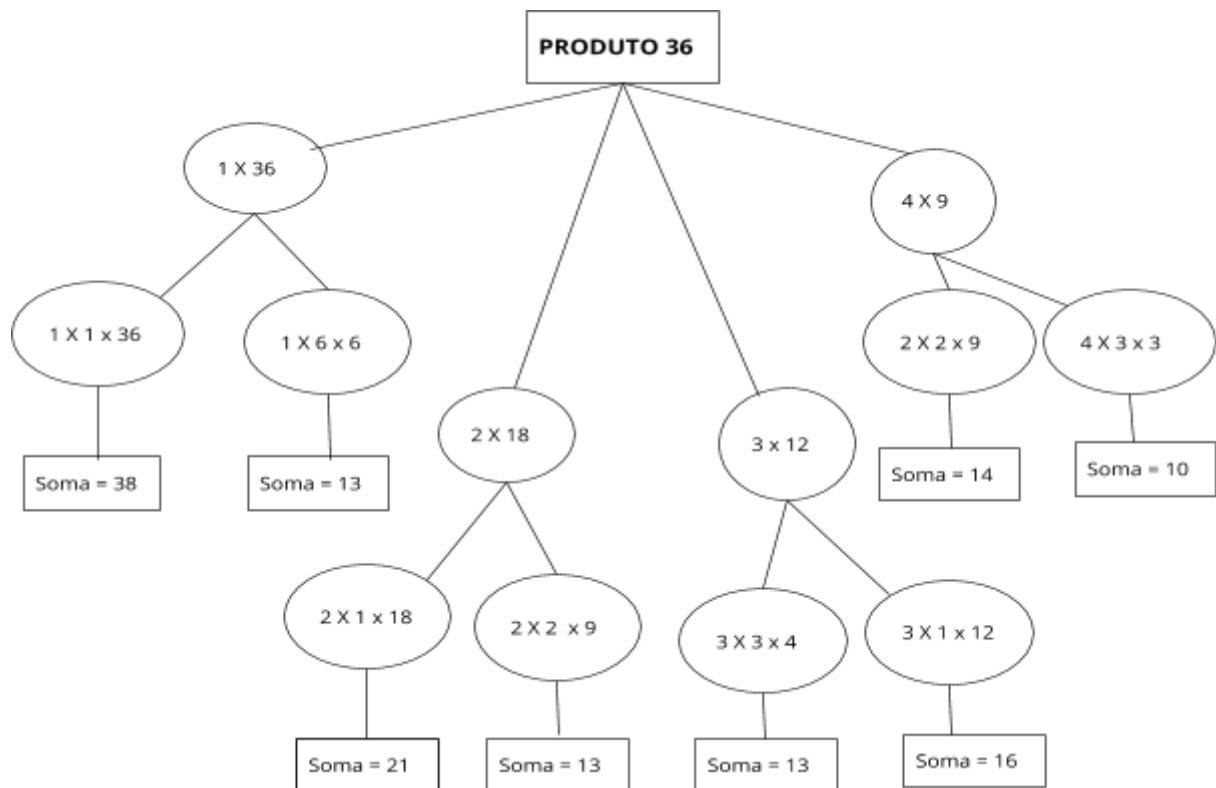
Nesta solução, o aluno parte da mesma informação, que o produto dos números é 36, mas por considerar mais cauteloso, identifica primeiros os pares de multiplicação que dão como resultado 36.



Agora dos pares, o aluno busca transformar esses pares em trios que continuam atendendo ao produto. Essa transformação é feita com cada fator. O aluno procura escrever um fator na forma de outro produto e repete o outro e depois faz o inverso.

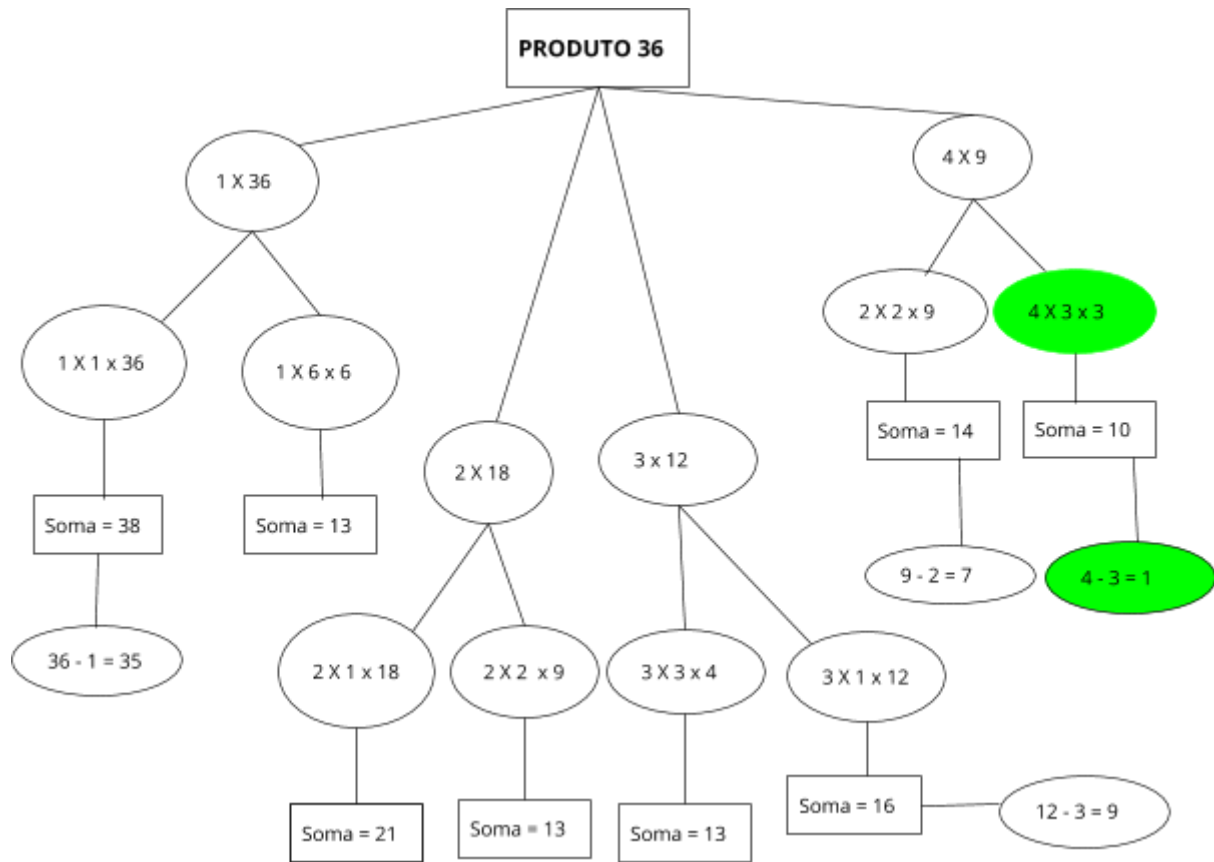


Elencadas as possibilidades para o produto de três parcelas ser igual a 36, efetua-se a soma desses três números.



Como uma das condições é que a soma das idades dos três filhos de Carlos apresente como resultado um número par, temos quatro resultados que não atendem a esta condição e deixam de ser considerados.

A próxima etapa é atender à última condição, que diz que a diferença das idades do filho mais velho e do filho mais novo é de apenas um ano.



Descobre-se então que os filhos de Carlos possuem 4, 3 e 3 anos.

2 - O problema proposto apresenta uma sequência, e dentro deste quadro há uma estrela e um coração que se movimentam e ocupam posições diferentes e o comando da questão pede quais relações podem ser estabelecidas

Uma maneira que pode ser utilizada para descobrir alguma relação é a seguinte: enumera-se o quadro de um a doze em sentido horário, e identifica-se os números pares e ímpares de uma maneira diferente. Aqui os números ímpares estão indicados com a cor vermelha e os pares com a cor azul.

1 -

☆ 1	2	3	♥ 4	5
12				6
11	10	9	8	7

No primeiro quadro percebe-se que o coração está em uma casa par, a de número 4, e a estrela está em uma casa ímpar, a de número 1.

2 -

1	2	☆ 3	4	♥ 5
12				6
11	10	9	8	7

3 -

1	2	3	4	☆ 5
12				♥ 6
11	10	9	8	7

4 -

1	2	3	4	5
12				6
11	10	9	8	☆ ♥ 7

5 -

1	2	3	4	5
12				6
11	10	☆ 9	♥ 8	7

6 -

1	2	3	4	5
12				6
☆ 11	10	♥ 9	8	7

7 -

☆ 1	2	3	4	5
12				6
11	♥ 10	9	8	7

Fazendo esse preenchimento nos seis primeiros quadros e no sétimo, algumas conclusões já podem ser obtidas.

- 1 - A estrela ocupa somente as casas com números ímpares;
- 2 - O coração se movimenta por todos os números.
- 3 - No quadro 1 a estrela ocupa a "casa" de número 1 e no quadro 7, também ocupa a casa de número 1. Então:

- No quadro 1, a estrela está na casa 1.
- No quadro 7, a estrela está na casa 1

Somando 6, ao número do quadro que a estrela ocupa na casa 1, obtém-se o número do próximo quadro em que a estrela novamente estará na casa 1.

Quadro 1 - a estrela está na casa 1

Somando $1 + 6 = 7$

No quadro 7, a estrela também está na casa 1.

Seguindo esta ideia:

$7 + 6 = 13$ - no desenho deste quadro, a estrela estará na casa 1.

$13 + 6 = 19$ - no desenho deste quadro, a estrela estará na casa 1.
 $19 + 6 = 25$ - no desenho deste quadro, a estrela estará na casa 1.

E quanto ao coração, já se sabe que ele ocupa todas as casas, mas que nos retângulos de número par, ele está em casa de números ímpares e nos retângulos de números ímpares, ocupa casa de números pares. Continuando, temos:

8 -

1	2	☆ 3	4	5
12				6
♡ 11	10	9	8	7

9 -

1	2	3	4	☆ 5
♡ 12				6
11	10	9	8	7

10 -

♡ 1	2	3	4	5
12				6
11	10	9	8	☆ 7

11 -

1	♡ 2	3	4	5
12				6
11	10	☆ 9	8	7

12 -

1	2	♡ 3	4	5
12				6
☆ 11	10	9	8	7

13 -

☆ 1	2	3	♡ 4	5
12				6
11	10	9	8	7

Com esses outros desenhos é possível estabelecer novas relações e fazer generalizações sobre esta sequência:

- Confirmamos o que já havia sido descoberto anteriormente. No quadro de número 13, o coração está novamente na casa de número 1.
- Na casa de número 13, o coração ocupa a casa de número 4, a mesma que ocupa no quadro de número 1. Assim deduzimos que: $13 - 1 = 12$,

que é o total de casas do quadro, Então somando o 12 ao número do quadro que o coração ocupa a casa de número 4, o resultado será o número do quadro que o coração ocupará a casa de número 4. Ficando assim:

Quadro 1 - o coração está na casa de número 4. Somando $1 + 12 = 13$

Quadro 13 - O coração está na casa de número 4. Somando $13 + 12 = 25$

Retângulo 25 - O coração está na casa de número 4, e assim por diante.

Com essas informações, podemos agora desenhar os quadros solicitados. Repete-se o de número 1, para depois comprovar tudo o que foi formulado.

1 -

☆ 1	2	3	♥ 4	5
12				6
11	10	9	8	7

7 -

☆ 1	2	3	4	5
12				6
11	♥ 10	9	8	7

13 -

☆ 1	2	3	♥ 4	5
12				6
11	10	9	8	7

19 -

☆ 1	2	3	4	5
12				6
11	♥ 10	9	8	7

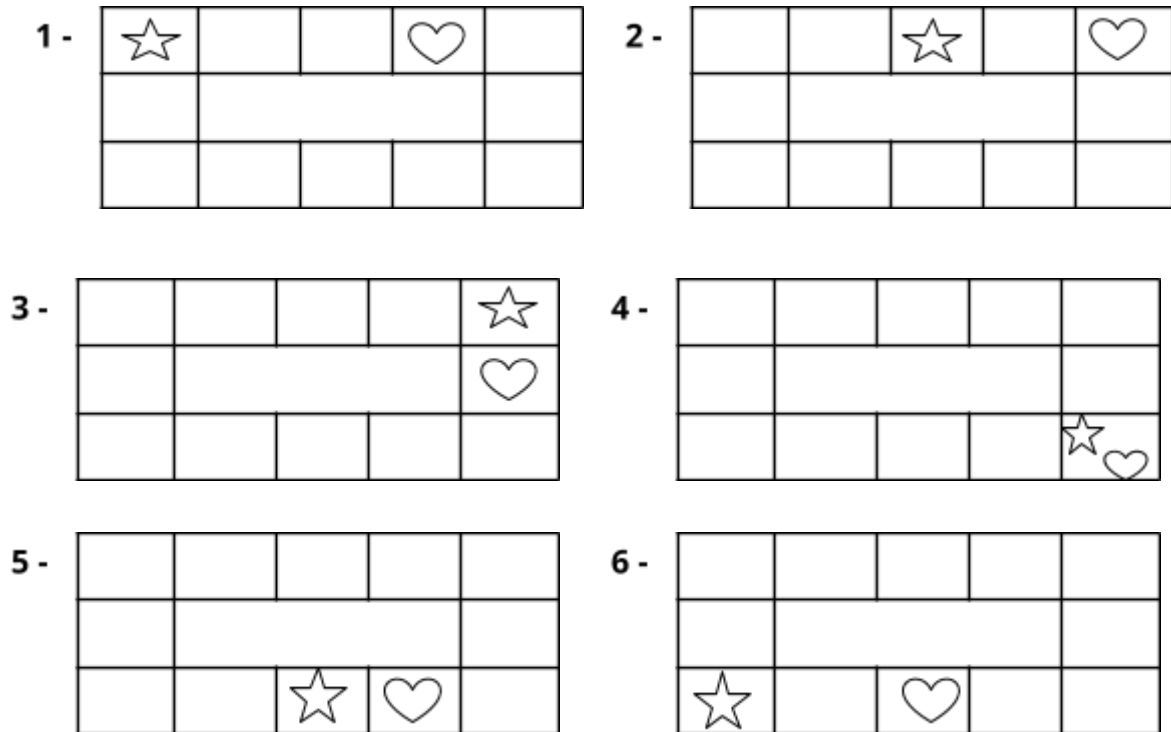
25 -

☆ 1	2	3	♥ 4	5
12				6
11	10	9	8	7

E por fim, uma outra relação é 1 volta completa do coração, equivale a duas voltas completas da estrela, Tal relação é comprovada nos quadros desenhados acima.

OUTRA SOLUÇÃO

O problema proposto pede para descrever relações que podem ser estabelecidas, através das sequências fornecidas. Para tal é necessária a realização de observações sobre os quadros desenhados.



Para melhor acompanhamento dos quadros , torna-se necessário numerar os quadros.

1 -

☆ 1	2	3	♥ 4	5
12				6
11	10	9	8	7

Agora se constrói uma tabela com esses dados e com isso conjecturar as relações possíveis.

	☆	♡
	Posição	Posição
Quadro 1	1	4
Quadro 2	3	5
Quadro 3	5	6
Quadro 4	7	7
Quadro 5	9	8
Quadro 6	11	9
Quadro 7	1	10
Quadro 8	3	11
Quadro 9	5	12
Quadro 10	7	1
Quadro 11	9	2
Quadro 12	11	3
Quadro 13	1	4

Até o quadro de número 13, consegue-se observar algumas regularidades. Sobre a estrela. Observa-se:

	☆	♡
	Posição	Posição
Quadro 1	1	4
Quadro 2	3	5
Quadro 3	5	6
Quadro 4	7	7
Quadro 5	9	8
Quadro 6	11	9
Quadro 7	1	10
Quadro 8	3	11
Quadro 9	5	12
Quadro 10	7	1
Quadro 11	9	2
Quadro 12	11	3
Quadro 13	1	4

Nota-se uma regularidade das casas que a estrela ocupa. A estrela só ocupa as casas de números ímpares, ou seja, ocupa uma casa, pula a seguinte e depois torna a ocupar a próxima. Os quadros em que o coração dá uma volta completa são os de números 1, 7 e 13.

Entre os quadros 1 e 7, há 5 casas a percorrer, então o quadro da posição inicial, ou o quadro onde a estrela ocupa a casa de número 1 adicionada ao valor 5 dá um resultado, o sucessor desse número é o número do quadro que a estrela ocupará a casa de número 1, terá dado uma volta. Observe:

$1 + 5 = 6$. O sucessor de 6 é 7. É no quadro 7 que a estrela ocupa a casa de número 1.

$7 + 5 = 12$. O sucessor de 12 é 13. É no quadro 13 que a estrela ocupa a casa de número 1.

$13 + 5 = 18$. O sucessor de 18 é 19. É no quadro 19 que a estrela ocupa a casa de número 1.

$19 + 5 = 24$. O sucessor de 24 é 25. É no quadro 25 que a estrela ocupa a casa de número 1. Completando a tabela, temos:

	☆ Posição	♡ Posição
Quadro 1	1	4
Quadro 2	3	5
Quadro 3	5	6
Quadro 4	7	7
Quadro 5	9	8
Quadro 6	11	9
Quadro 7	1	10
Quadro 8	3	11
Quadro 9	5	12
Quadro 10	7	1
Quadro 11	9	2
Quadro 12	11	3
Quadro 13	1	4
Quadro 14	3	
Quadro 15	5	
Quadro 16	7	
Quadro 17	9	
Quadro 18	11	
Quadro 19	1	
Quadro 20	3	
Quadro 21	5	
Quadro 22	7	
Quadro 23	9	
Quadro 24	11	
Quadro 25	1	

Sobre o coração, observa-se que ele percorre todas as casas, como são 12 casas e tomando a mesma ideia da estrela, conclui-se:

Quadro 1 - o coração ocupa a casa de número 4. Entre o quadro 1 e o quadro 13, há 12 casas e seguindo a mesma ideia da estrela:

$1 + 11 = 12$. O sucessor de 12 é 13. É no quadro 13 que o coração ocupa a casa de número 4.

$13 + 11 = 24$. O sucessor de 24 é 25. É no quadro 25 que o coração ocupa a casa de número 4. Assim temos:

	☆ Posição	♡ Posição
Quadro 1	1	4
Quadro 2	3	5
Quadro 3	5	6
Quadro 4	7	7
Quadro 5	9	8
Quadro 6	11	9
Quadro 7	1	10
Quadro 8	3	11
Quadro 9	5	12
Quadro 10	7	1
Quadro 11	9	2
Quadro 12	11	3
Quadro 13	1	4
Quadro 14	3	5
Quadro 15	5	6
Quadro 16	7	7
Quadro 17	9	8
Quadro 18	11	9
Quadro 19	1	10
Quadro 20	3	11
Quadro 21	5	12
Quadro 22	7	1
Quadro 23	9	2
Quadro 24	11	3
Quadro 25	1	4

Olhando as marcações na tabela, dos vinte e cinco primeiros quadros, observa-se 6 marcações da estrela e 3 do coração, ou seja as marcações das estrelas é dobro da das marcações do coração, ou seja, uma volta completa do coração, equivale a duas voltas da estrela.

DESAFIO

Professor, o problema proposto no desafio faz uma abordagem de progressões aritméticas. Sabe-se que este assunto é apresentado somente no ensino médio, quando os alunos terão todos os elementos conceituais para resolver tais problemas, utilizando os algoritmos necessários para obter a resolução, mas nesta fase do ensino fundamental é possível que os alunos resolvam o problema, utilizando outros meios que serão apresentados nas resoluções abaixo.

O comando do desafio pede para determinar em que dia da semana Ana realizou a primeira corrida. Para isso é necessário saber que:

- 1 - Ela pratica atividade de três em três dias
- 2 - Iniciou a atividade em um domingo.

Realizadas as duas observações, começa a verificar os dias que Ana praticou atividade física.

Domingo	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	Sábado

Feita a tabela inicia-se a identificação dos dias que Ana praticou as caminhadas.

Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
1 ^a			2 ^a			3 ^a
		4 ^a			5 ^a	
	6 ^a			7 ^a		
8 ^a			9 ^a			10 ^a

		11 ^a			12 ^a	
	13 ^a			14 ^a		
15 ^a			16 ^a			17 ^a
		18 ^a			19 ^a	
	20 ^a				21 ^a	

Observa-se uma regularidade dos dias da semana a partir da oitava vez que Ana pratica a corrida. Observe:

Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
1 ^a			2 ^a			3 ^a
		4 ^a			5 ^a	
	6 ^a			7 ^a		
8 ^a			9 ^a			10 ^a
		11 ^a			12 ^a	
	13 ^a			14 ^a		
15 ^a			16 ^a			17 ^a
		18 ^a			19 ^a	
	20 ^a			21 ^a		

Observe que:

- 1) $15 - 8 = 7$
- 2) $8 - 1 = 7$
- 3) $20 - 13 = 7$
- 4) $13 - 6 = 7$

Então é possível afirmar que a cada 7 dias, Ana volta a praticar suas corridas no mesmo dia da semana. A partir daqui o aluno pode escolher de que forma irá descobrir o dia que Ana fará a centésima caminhada.

Da primeira maneira o aluno pode ir preenchendo toda a tabela. Será um método longo, mas que levará à resposta.

Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
1 ^a			2 ^a			3 ^a
		4 ^a			5 ^a	
	6 ^a			7 ^a		
8 ^a			9 ^a			10 ^a
		11 ^a			12 ^a	
	13 ^a			14 ^a		
15 ^a			16 ^a			17 ^a
		18 ^a			19 ^a	
	20 ^a			21 ^a		
22 ^a			23 ^a			24 ^a
		25 ^a			26 ^a	
	27 ^a			28 ^a		
29 ^a						
36 ^a						
43 ^a						

50 ^a						
57 ^a						
64 ^a						
71 ^a						
78 ^a						
85 ^a						
92 ^a						
99 ^a			100 ^a			Corrida

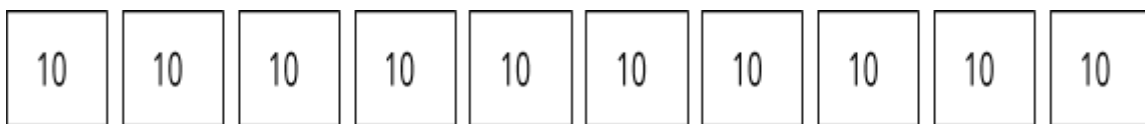
Um outro procedimento pode ser através da divisão. Antes ele precisa descobrir que a cada 7 caminhadas, os dias começam a se repetir. Então ele deverá fazer a divisão da corrida de número 100, que é última antes de iniciar a corrida por

sete.

A divisão a ser realizada é **100 : 7**

Representando, teríamos:

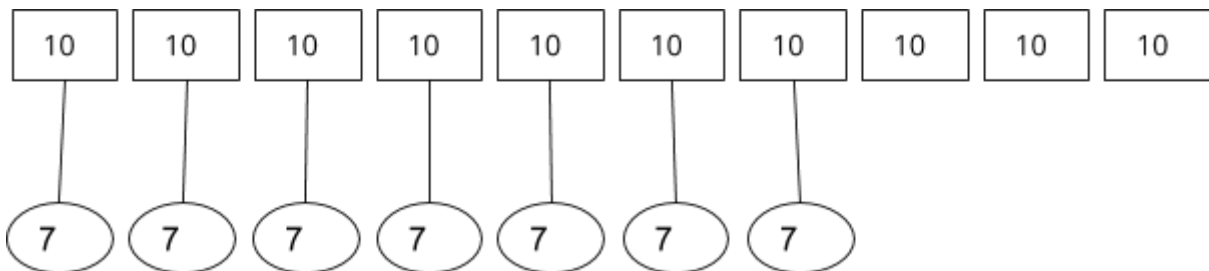
Não há como dividir uma ficha entre sete partes, por isso escrevemos a centena na forma de dez dezenas:



O aluno pode ilustrar as sete partes da seguinte forma:

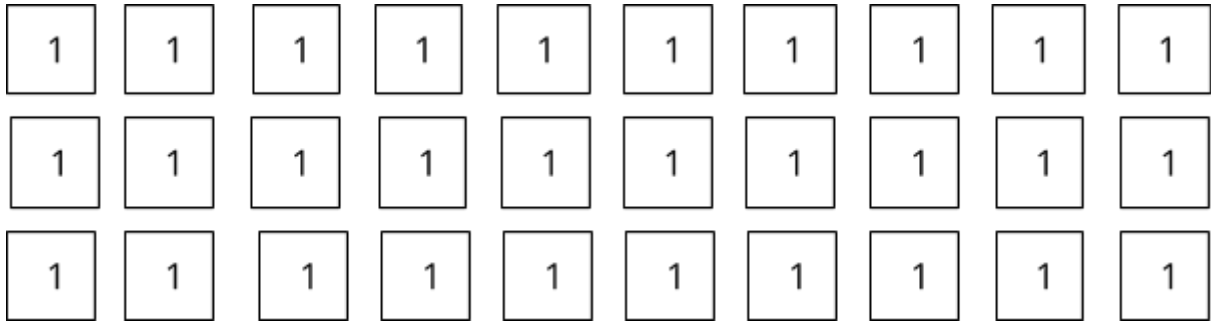


inicialmente distribuimos um quadrado com uma uma dezena, para cada uma das sete partes.



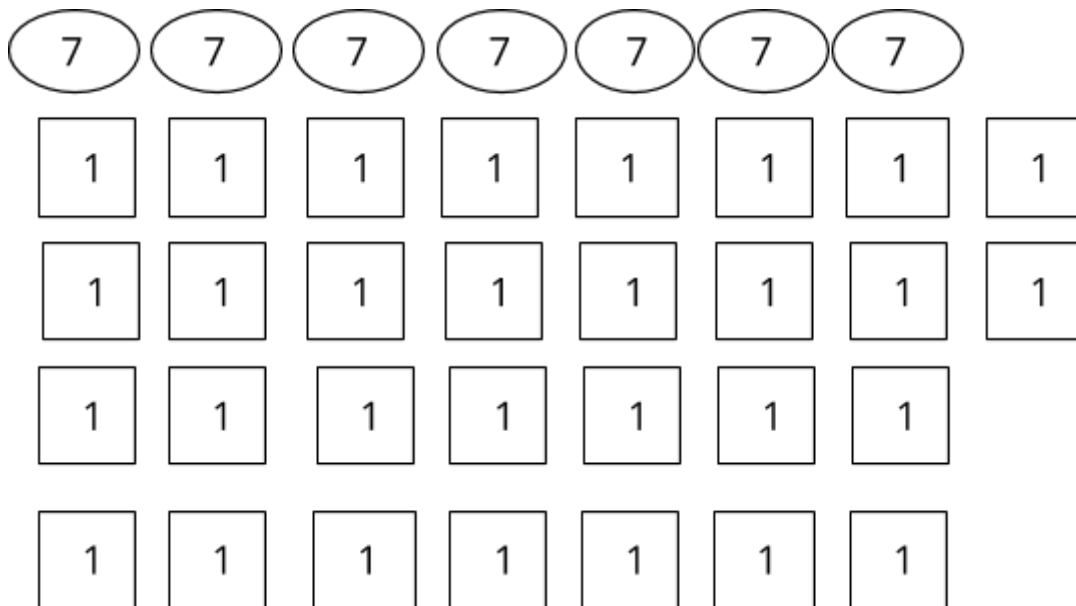
Cada uma das sete partes recebeu uma dezena e ficaram ainda três dezenas sem serem distribuídas.

Essas três dezenas podem então ser representadas como unidades.

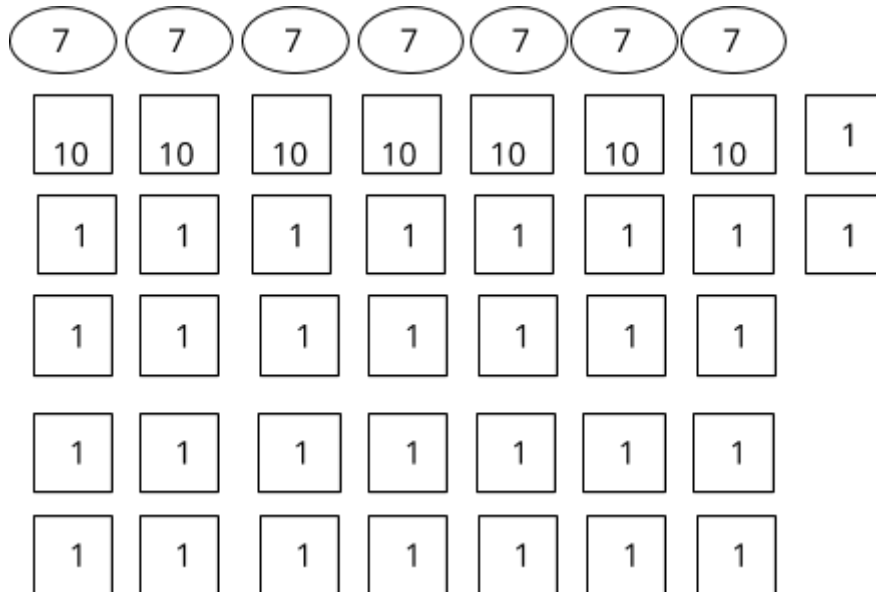


Agora essas 30 unidades precisam ser divididas em sete grupos iguais.

Fazendo essa divisão, percebe-se que podemos formar cada uma das sete partes, receberá 4 unidades, ou seja, o quociente da operação.



Temos como resto duas unidades. Juntando agora todas as fichas.



Concluimos que cada um dos sete grupos ficou com uma dezena + quatro unidades e apresentou resto dois. Então Ana chegará à centésima caminhada em 14 semanas inteiras mais dois dias de uma nova semana. Como está começando uma semana, será na segunda e na quarta e finalmente no sábado ela poderá começar a corrida.

Para descobrir a outra informação, que se refere ao dia que Ana voltou a correr, basta realizar o seguinte cálculo: $14 \text{ (semanas)} \times 07 \text{ (dias)} = 98 \text{ dias} + 2 \text{ dias}$ (pois na operação $100 : 7$, tem resto 2). Sendo assim, do dia 01 de janeiro conta-se 10 dias e o próximo dia é quando Ana começará a corrida. Uma forma de se chegar a este resultado é contar os dias de cada mês:

- 1 - Janeiro = 31 dias
- 2 - Fevereiro de 2017 não foi bissexto = 28
- 3 - Março = 31

Totalizando os três meses há 80 dias. Conta-se mais 20 dias do mês de abril, que contabiliza os 100 dias no dia 20 de abril de 2017. O dia 20 de abril é na quinta-feira e corresponde ao início das corridas. Ou seja quando Ana começava uma nova semana, ela caminhava domingo, quarta e sábado e esses dois dias indicam que ela fez caminhada no dia 16 de abril (domingo) e no dia 19 de abril (quarta) e na quinta dia 20 dá o período de 100 dias. Como nesta semana quinta e sexta ela não pratica atividades, a corrida será iniciada no sábado, dia 22 de abril.