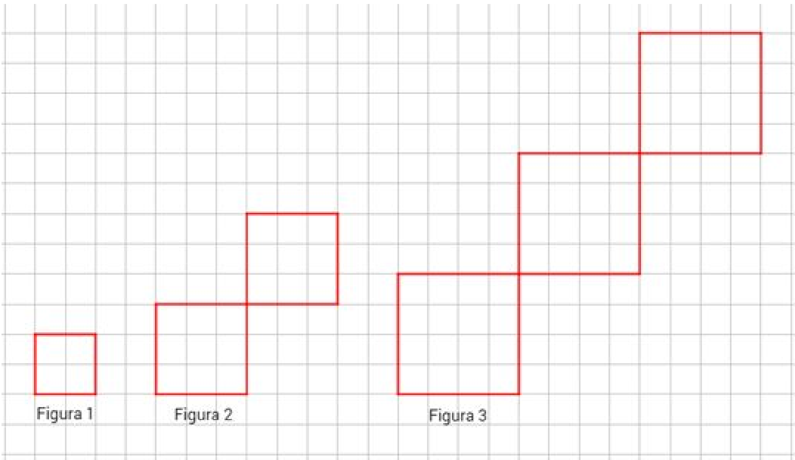
Resolução raio x - MAT9_05ALG04

Observe a sequência de figuras na malha quadriculada a seguir. Cada figura é numerada a partir da primeira (Figura 1, Figura 2, Figura 3... Figura n). A linha vermelha que contorna uma figura qualquer delimita na malha uma certa quantidade de quadradinhos em cada caso.

Tente identificar o padrão. Depois responda ao que se pede.



A) Quantos quadradinhos da malha seriam delimitados pela linha vermelha que contorna a Figura 4 da sequência?

Resposta: 100 quadradinhos.

Solução: Pensando somente em um quadrado delimitado pela linha vermelha, temos: Figura 1: 4 = 2 x 2. Figura 2: 9 = 3 x 3 e Figura 3: 16 = 4 x 4. Deduzimos então que a Figura 4: 25 = 5 x 5. Porém nas linhas que contornam cada figura, são formados quadrados de acordo com o número da própria figura, dessa forma: Figura 1: 1 quadrado, figura 2: 2 quadrados, figura 3: 3 quadrados. Logo a figura 4 terá 4 quadrados de 25 quadradinhos cada, portanto: 4 x 25 = 100.

B) Quantos quadradinhos da malha seriam delimitados pela linha vermelha que contornam a Figura n da sequência?

Resposta: $n(n+1)^2$

Solução: Generalizando a sequência, separamos em duas etapas:

<u>Números de quadrados na figura</u>: A figura 1 possui 1 quadrado. A figura 2, 2 quadrados. Figura 3, possui 3 quadrados. Então o número de quadrados da figura é o mesmo que o número da figura. Logo: Figura **n** possui **n** quadrados.

<u>Número de quadradinhos dentro de cada quadrado</u>: Figura 1: 4 = 2 x 2. Figura 2: 9 = 3 x 3 e Figura 3: 16 = 4 x 4. A quantidade de quadradinhos em cada

lado dos quadrados das figuras é sempre uma unidade a mais que o número da figura. Logo: Figura n possui quadrados de $(n + 1) . (n + 1) = (n + 1)^2$ quadradinhos.

Enfim a quantidade de quadradinhos total de cada figura é dada por:

$$\mathbf{n (n + 1)^2}$$

C) A expressão obtida em B está fatorada? Explique.

Resposta: Sim. Desenvolvendo o produto teríamos:

$$n (n + 1)^2 =$$
$$n \;. (n + 1) . (n + 1) =$$
$$n. (n^2 + 2n + 1) =$$
$$\mathbf{n^3 + 2n^2 + n}$$