

**Resolução da Atividade Complementar - MAT9\_06ALG04**

- 1) Pedro lembrou-se de um processo de fatoração realizado em aulas anteriores de Matemática. Com isso ele desenvolveu a equação quadrática  $ax^2+bx+c = 0$  da seguinte forma:

$$(-c) ax^2 + bx + c = 0 \quad (-c)$$

$$ax^2 + bx = -c$$

$$x.(ax + b) = -c$$

$$X_1 = -c \quad ax + b = -c$$

$$X_2 = \frac{-(b+c)}{2}$$

- a) **Você concorda com o desenvolvimento de Pedro?**

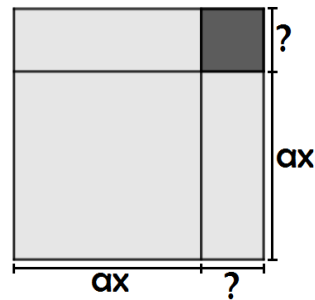
**Resposta:** Espera-se que o aluno perceba que não faz sentido igualar os fatores do produto  $x.(ax+b)$  a  $-c$ , afinal não se sabe qual é o valor exato de  $-c$  na equação para supor que um dos fatores do produto seja igual a  $-c$ .

- b) **Esta forma de determinar as raízes da equação pode ser aplicada em qualquer equação quadrática? Por que?**

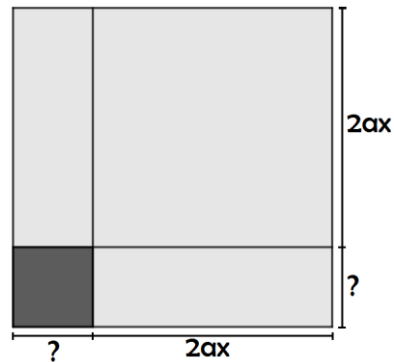
**Resposta:** Não, pois esse processo de fatoração só faz sentido quando  $c$  é igual a zero. Se for o caso ( $c = 0$ ), podemos considerar a propriedade do produto nulo para determinar as raízes da equação, ou seja, igualamos os fatores a zero e resolvemos a equação do 1º grau.

- 2) **Relacione o processo de completar quadrado na dedução da fórmula resolutive com a figura que será correspondente ao trinômio do quadrado perfeito:**

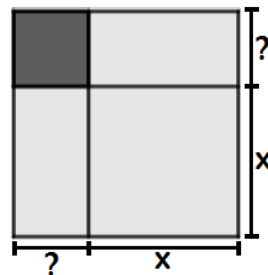
I.  $(-c) ax^2 + bx + c = 0 \quad (-c) \quad (III)$   
 $(\cdot 4a) ax^2 + bx = -c \quad (\cdot 4a)$   
 $4a^2 x^2 + 4abx = -4ac$



II.  $(-c) ax^2 + bx + c = 0 \quad (-c) \quad (I)$   
 $(\div a) ax^2 + bx = -c \quad (\div a)$   
 $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$



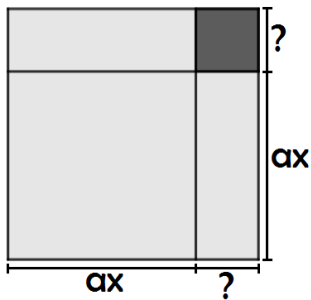
III.  $(-c) ax^2 + bx + c = 0 \quad (-c) \quad (II)$   
 $(\cdot a) ax^2 + bx = -c \quad (\cdot a)$   
 $a^2 x^2 + axb = -ca$



Associação respondida em *vermelho*.

- Descubra a medida representada por ? em cada imagem. Explique seu pensamento.
- Indique a área da região mais escura em cada uma das figuras e o que ela representa na dedução da fórmula.

**Respostas** (item a e b):



O quadrado maior tem área igual a  $ax \cdot ax = a^2x^2$ . O que corresponde a um dos termos da equação

$$a^2x^2 + axb = -ca$$

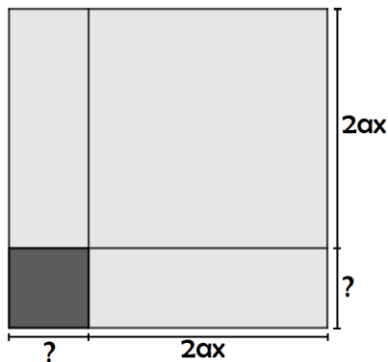
Para que a expressão presente no primeiro membro seja um trinômio do quadrado perfeito o segundo termo deve representar os dois retângulos da figura, como um de seus lados mede  $ax$ , concluímos que a medida indicada por  $?$  deve ser  $\mathbf{b/2}$  pois

$$2.(ax).? = (ax).b$$

$$2.? = b$$

$$? = b/2.$$

Portanto, a área da região mais escura é  $\mathbf{b^2/4}$  e representa o quadrado que será adicionado na equação para obter o trinômio do quadrado perfeito.



O quadrado maior tem área igual a  $(2ax) \cdot (2ax) = 4a^2x^2$ . O que corresponde a um dos termos da equação

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

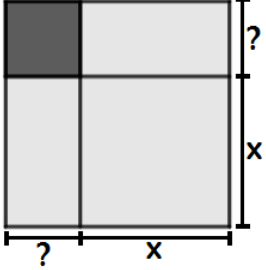
Para que a expressão presente no primeiro membro seja um trinômio do quadrado perfeito o segundo termo deve representar os dois retângulos da figura, como um de seus lados mede  $2ax$ , concluímos que a medida indicada por  $?$  deve ser  $\mathbf{b}$  pois

$$2.(2ax).? = (4ax).b$$

$$(4ax).? = b$$

$$? = b.$$

Portanto, a área da região mais escura

	<p>é <math>b^2</math> e representa o quadrado que será adicionado na equação para obter o trinômio do quadrado perfeito.</p>
	<p>O quadrado maior tem área igual a <math>(x+x)(x+x)=x^2</math>. O que corresponde a um dos termos da equação</p> $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$ <p>Para que a expressão presente no primeiro membro seja um trinômio do quadrado perfeito o segundo termo deve representar os dois retângulos da figura, como um de seus lados mede <math>x</math>, concluímos que a medida indicada por <math>?</math> deve ser <math>\frac{b}{2a}</math> pois</p> $2 \cdot (x \cdot ?) = (b/a) \cdot x$ $2 \cdot ? = b/a$ $? = \frac{b}{2a}$ <p>Portanto, a área da região mais escura é <math>\frac{b^2}{4a^2}</math> e representa o quadrado que será adicionado na equação para obter o trinômio do quadrado perfeito.</p>

3) [Desafio] Sabe-se que as raízes da equação ( $x_1$  e  $x_2$ ) podem ser determinadas pela fórmula:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} ,$$

sendo  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

a) Realize a soma das raízes  $x_1$  e  $x_2$ .

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

**b) Realize o produto das raízes  $x_1$  e  $x_2$ .**

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

**c) Analise os desenvolvimentos anteriores e explique o que é necessário conhecer da equação quadrática para encontrar a soma e o produto das raízes.**

**Resposta:** Assim como para determinar as raízes da equação é necessário apenas os coeficientes para o cálculo da soma e do produto também. E sabendo os valores da soma e do produto das raízes é possível calcular as soluções da equação.