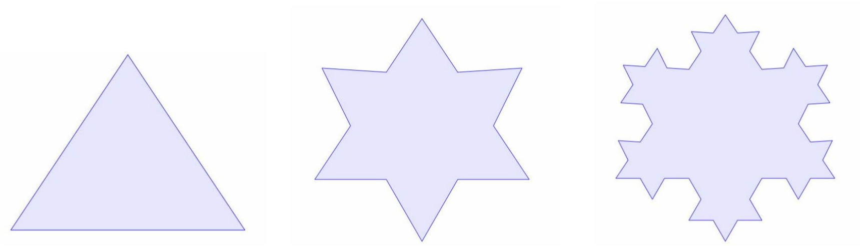
Resolução da atividade principal - MAT7_12ALG05

Observe as figuras abaixo, elas foram desenvolvidas pelo matemático sueco Helge von Koch e originam uma figura chamada “Floco de Neve de Koch”.

Para se construir esta figura, desenha-se inicialmente um triângulo equilátero. Em seguida, em cada lado desse triângulo são feitos outros triângulos equiláteros, cujos lados medem exatamente $\frac{1}{3}$ da medida de um dos seus lados. Novamente, mais triângulos são construídos sobre os outros menores e assim sucessivamente.



Note que cada vez que são construídos mais triângulos, a quantidade de lados dessa figura aumenta razoavelmente, respeitando certo padrão de crescimento. Mas não só a quantidade de lados aumenta, o perímetro dessa figura também sofre alterações, assim como o tamanho de cada lado é cada vez menor.

Será que existem padrões nesses parâmetros da figura? Vamos descobrir.

Preencha a tabela abaixo, considerando um floco de neve de Koch originado a partir de um triângulo equilátero de 2cm de lado. Siga as orientações do professor.

	Número de lados	Tamanho dos lados	Perímetro
1	3	2 cm	3.2 = 6 cm
2			
3			
...			
n			

Resposta:

Há um certo padrão de crescimento em relação à quantidade de lados da figura. Note que cada um dos lados da primeira figura se tornam 4 lados na segunda. Já na segunda, cada um dos lados se torna 4 lados na terceira e assim sucessivamente.

Figura 1 -------- 3 lados = 4^{1-1} x 3 lados
Figura 2 -------- 12 lados = 4^{2-1} x 3 lados
Figura 3 -------- 48 lados = 4^{3-1} x 3 lados
Figura 4 -------- 192 lados = 4^{4-1} x 3 lados
Figura 5 -------- 768 lados = 4^{5-1} x 3 lados

...

Figura n ---------------------- = 4^{n-1} x 3 lados

Há também um padrão de decrescimento em relação ao tamanho dos lados da figura.

Figura 1 ------- lados de 2 *cm*
Figura 2 ------- lados de $\frac{1}{3} \times 2\ cm$
Figura 3 ------- lados de $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2\ cm$
Figura 4 ------- lados de $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2\ cm$

...

Figura n ------------------------------ $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \times 2\ cm$

Sabemos que o perímetro é a soma de todos os lados de um polígono...

Mas ele também pode ser interpretado como o produto da quantidade de lados pela medida de um dos lados de um polígono, quando regular. Assim:

Figura 1 ---- 3 lados de 2 cm ------ $3 \times 2 = 6\ cm$
Figura 2 ---- 12 lados de $\frac{2}{3}\ cm$ ------ $12 \times \frac{2}{3} = 8\ cm$
Figura 3 ---- 48 lados de $\frac{2}{9}\ cm$ ------ $48 \times \frac{2}{9} = \frac{32}{3}\ cm$

Figura n ---- 4^{n-1} x 3 lados de $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \times 2\ cm$ ------ $6 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}\ cm$

Assim, a tabela ficará preenchida da seguinte forma:

	Número de lados	Tamanho dos lados	Perímetro
1	3	2 cm	6 cm
2	12	$\frac{1}{3} \times 2\ cm$	8 cm
3	48	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2\ cm$	$\frac{32}{3}\ cm$
...			
n	4^{n-1} x 3	$\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \times 2\ cm$	$6 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}\ cm$