

Resolução da Atividade Principal - MAT8_10ALG04

Mágicos, por mais incrível que pareça, precisam conhecer bem alguns conceitos matemáticos para desenvolver melhor seus truques e espetáculos.

Cauê quer ser mágico e, por isso, está aperfeiçoando seus conhecimentos matemáticos, em especial, o cálculo de expressões algébricas. Como ele pretende se apresentar para os colegas da escola, gostaria de testar a mágica com você.

Inicialmente será apresentado a você um cartão composto por uma lista de números de 1 a 10, onde cada número corresponde a um prêmio.

- 1- Um palito de dente (novo!)
- 2- Um pé de sapato (o esquerdo!)
- 3- Um metro de barbante!
- 4- Um ovo de crocodilo do Nilo!
- 5- Um pente para o cabelo!
- 6- Uma peruca loira!
- 7- Um carrinho de rolimã!
- 8- Uma caixa de bombom (com o bombons dentro!)
- 9- Uma bala de hortelã!
- 10- Uma nota de cem reais! (Que vale R\$ 100,00)

Após participar do truque, você chegará a um resultado que indicará o número do prêmio que poderá receber.

Estes são os passos que você deverá seguir, anotando no caderno o número pensado e o resultado de cada um dos passos pedido:

Pense em um número qualquer, inteiro, entre 1 e 9, inclusive estes.

Em seguida, multiplique este número por 3.

Muito bem!

A este resultado, Cauê some mais 3.

Ótimo!

Este novo resultado obtido deverá ser multiplicado por 3.

O valor que você encontrou provavelmente terá dois algarismos!

Some-os, então!

Se você fez os cálculos corretamente, agora é só voltar ao cartão e olhar qual é o seu prêmio!

Percebeu alguma coisa curiosa?

Descreva a mágica do Cauê através de uma

Expressão algébrica!

Teste esta expressão para os valores
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9

Por que isto acontece? Aliás, isso sempre acontece? Como você explicaria isso?

Resolução:

Este “truque” sempre funciona!

A explicação vem da expressão algébrica e de sua manipulação para que o valor numérico seja sempre o mesmo.

Também, há o fato de que os múltiplos de 9 entre 1 e 10 possuem um padrão único!

Observe:

$$09 \dots\dots 0 + 9 = 9$$

$$18 \dots\dots 1 + 8 = 9$$

$$27 \dots\dots 2 + 7 = 9$$

$$36 \dots\dots 3 + 6 = 9$$

$$45 \dots\dots 4 + 5 = 9$$

$$54 \dots\dots 5 + 4 = 9$$

$$63 \dots\dots 6 + 3 = 9$$

$$72 \dots\dots 7 + 2 = 9$$

$$81 \dots\dots 8 + 1 = 9$$

$$90 \dots\dots 9 + 0 = 9$$

Voltando à expressão algébrica, vamos considerar o número pensado, como sendo genericamente **N**, assim, seguindo os passos dados, a expressão algébrica será: **$9N + 9 = 9(N + 1)$** , que é sempre múltiplo de 9.

Vamos analisar mais de perto!

Como o Cauê pediu que se pensasse em um número inteiro entre 1 e 9, inclusive estes, os resultados possíveis são:

$$\text{Para } N = 1, \dots\dots\dots 9(1+1) = 9(2) = 18 \dots\dots\dots 1 + 8 = 9$$

$$\text{Para } N = 2, \dots\dots\dots 9(1+2) = 9(3) = 27 \dots\dots\dots 2 + 7 = 9$$

$$\text{Para } N = 3, \dots\dots\dots 9(1+3) = 9(4) = 36 \dots\dots\dots 3 + 6 = 9$$

$$\text{Para } N = 4, \dots\dots\dots 9(1+4) = 9(5) = 45 \dots\dots\dots 4 + 5 = 9$$

$$\text{Para } N = 5, \dots\dots\dots 9(1+5) = 9(6) = 54 \dots\dots\dots 5 + 4 = 9$$

$$\text{Para } N = 6, \dots\dots\dots 9(1+6) = 9(7) = 63 \dots\dots\dots 6 + 3 = 9$$

$$\text{Para } N = 7, \dots\dots\dots 9(1+7) = 9(8) = 72 \dots\dots\dots 7 + 2 = 9$$

$$\text{Para } N = 8, \dots\dots\dots 9(1+8) = 9(9) = 81 \dots\dots\dots 8 + 1 = 9$$

$$\text{Para } N = 9, \dots\dots\dots 9(1+9) = 9(10) = 90 \dots\dots\dots 9 + 0 = 9$$

Se houver tempo e preferir avançar em dificuldade com esta atividade, questione os alunos acerca dos seguintes pontos:

- Para um número de dois algarismos, o efeito esperado é o mesmo?
- E se for para um número de três algarismos?
- Será que o truque vale para qualquer número inteiro e positivo?

E para um número de dois algarismos, o efeito esperado é o mesmo?

A resposta é sim!

Se o número tiver dois algarismos, então poderá ser representado por $N = AB$, onde A por estar nas dezenas e B nas unidades, também pode ser escrito como $N = 10A + B$ (representação na base 10)

$$3N = 3(10A + B) = 30A + 3B$$

$$3(30A + 3B + 3) = 90A + 9B + 9 = 9(10A + B + 1)$$

Discuta agora, o fato da expressão algébrica estar com duas variáveis!

Assim, por exemplo, para $A = 1$ e $B = 2$, $N = 12$, e o resultado final será $117 = 1 + 1 + 7 = 9$

E para o um número de três algarismos?

Proceda analogamente!

Seja $N = ABC$, onde A está na casa das centenas, B, das dezenas e C nas unidades. Logo, $N = 100A + 10B + C$

$$3N = 3(100A + 10B + C) = 300A + 30B + 3C$$

$$3(300A + 30B + 3C + 3) = 900A + 90B + 9C + 9 = 9(100A + 10B + C + 1)$$

E agora a expressão é definida para 3 variáveis.

Vamos supor $A = 2$, $B = 4$ e $C = 5$, assim $N = 245$, logo, o resultado de todo o procedimento, resulta em $2214 = 2 + 2 + 1 + 4 = 9$

Será que vale para qualquer número inteiro e positivo?

Certamente que sim!

Seguindo os passos análogos aos seguidos até então, o resultado é sempre 9.

Deixe-os demonstrar!