Resolução das Atividades Complementares – MAT8_21GRM01

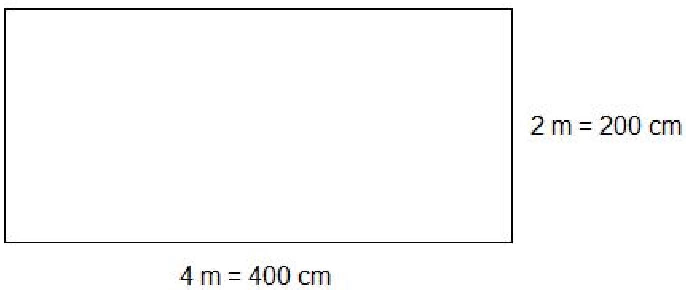
ATIVIDADE 1: Luana vai cobrir o chão da sala de sua casa com um tipo de piso que possui 400 cm² de área. A sala tem formato retangular, com 4 m de comprimento e 2 m de largura.

A) Quantos pisos serão necessários para cobrir todo o chão da sala?

B) O irmão de Luana afirmou em uma conversa que se as dimensões da sala fossem dobradas, então ela precisaria comprar o dobro da quantidade de pisos. Ele está correto? Justifique sua resposta com os cálculos necessários.

RESOLUÇÃO:

PARTE A: Observe um esboço da sala retangular com as medidas expressas em metros e em centímetros:



Como queremos comparar a área desta sala com a área de 400 cm² do piso, vamos calcular a área da sala também em cm²:

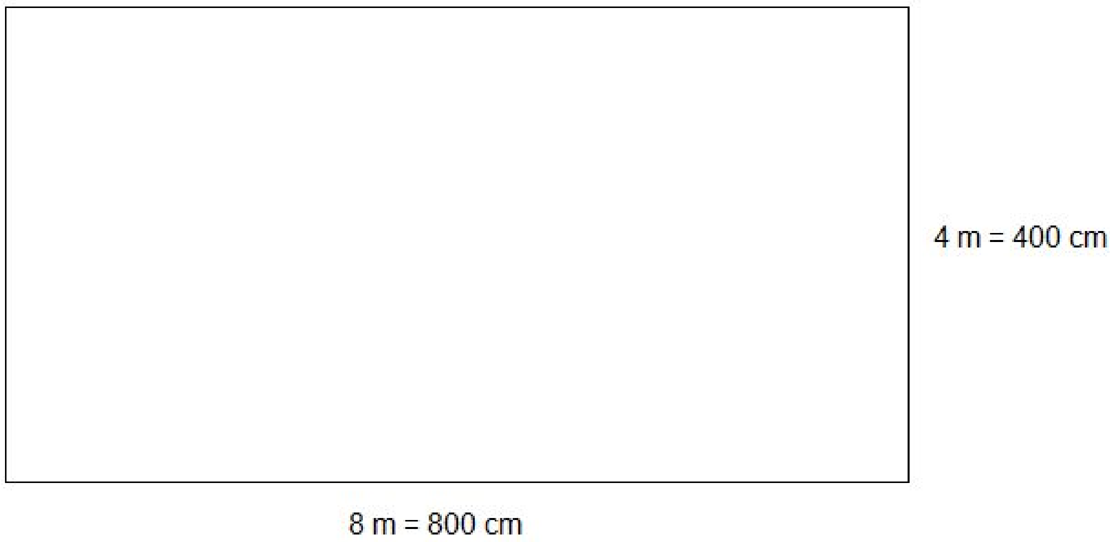
$$A_{sala} = b \cdot h = 400 \cdot 200 = 80\,000\ cm^2$$

Agora, dividimos e área total pela área de um piso:

$$80\,000 \div 400 = 200$$

Isso significa que são necessários cerca de 200 pisos para cobrir o chão da sala.

PARTE B: Se as dimensões da ala fossem duplicadas, então teríamos:



Calculando a área da sala novamente, teríamos:

$$A_{sala} = 800 \cdot 400 = 320\ 000\ cm^2$$

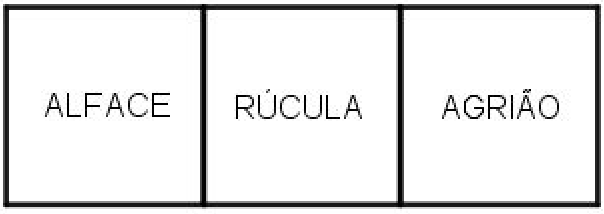
Dividindo pela área de um piso temos:

$$320\ 000 \div 400 = 800$$

Ou seja, a afirmação do irmão de Luana é falsa, pois se as dimensões da sala fossem duplicadas, então caberia o quádruplo da quantidade de pisos anterior e não o dobro.

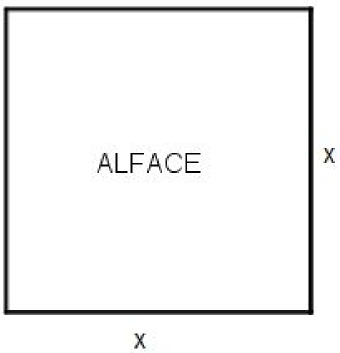
Observação: Vale tentar generalizar este caso com os alunos. Se um polígono tem suas dimensões duplicadas, então a área da superfície interna deste polígono fica aumentada quatro vezes. Em geral, se as medidas aumentam na razão k, então a área aumenta na razão k^2. Não é necessária uma demonstração algébrica, mas alguns casos e o próprio material concreto pode comprovar este fato.

ATIVIDADE 2: Pedro é dono de um sítio e plantou vegetais lado a lado em terrenos de formato quadrado com aproximadamente 25 m² de área cada um. Para cercar toda essa horta, ele comprará arame e dará 3 voltas em toda a plantação, inclusive entre os terrenos. Qual a quantidade de arame que precisará comparar para fazer isso?



RESOLUÇÃO:

Imagine que tivéssemos um terreno quadrado com lados medindo “x” metros como na figura abaixo:

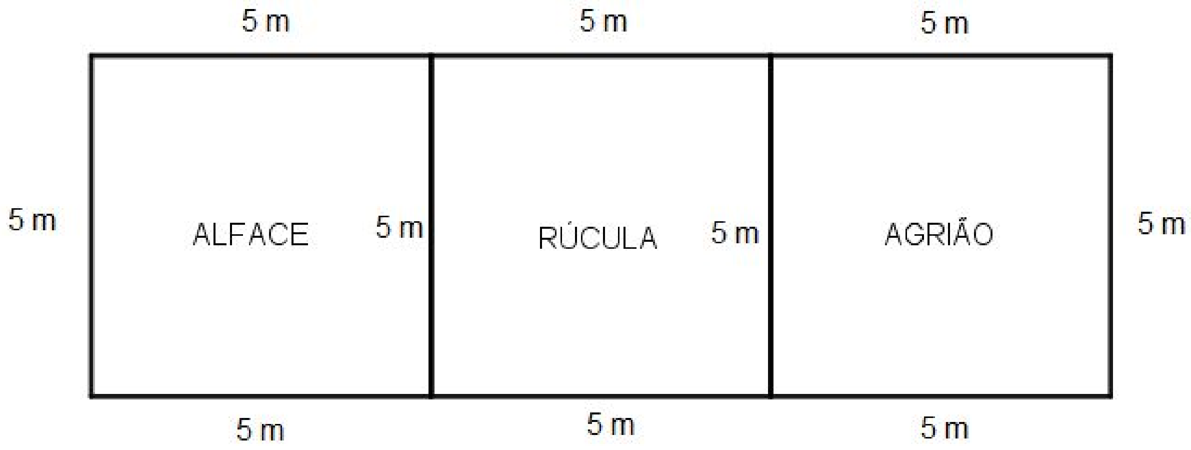


A área desse quadrado pode ser calculada fazendo:

$$A = b \cdot h = x \cdot x = x^2$$

Mas, para esse terreno ter uma área de 25 m², então é preciso que $x^2 = 25$. O número que elevado ao quadrado resulta em 25 é exatamente $\sqrt{25} = 5$.

Se Pedro plantou sua horta com três terrenos quadrados lado a lado, cada um com 25 m² de área, então eles são quadrados com lados medindo 5 m. Veja como fica o desenho:



Então, se Pedro for dar uma volta completa de arame pela horta, inclusive entre os terrenos, então precisará de 50 metros de arame.

Assim, para dar 3 voltas serão necessários 3 x 50 = 150 metros de arame.

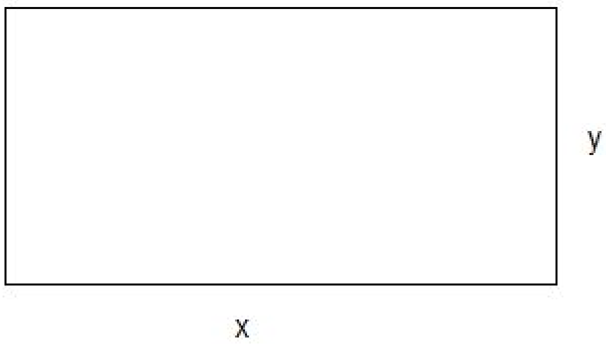
DESAFIO: Para marcar no chão do pátio da escola o local onde montaria sua apresentação da dança, Roberta dispunha de uma fita com 36 metros de comprimento. No entanto, ela gostaria que o espaço reservado com as marcações no chão fosse retangular, tivesse medidas inteiras e a maior área possível para tivesse mais espaço para dançar. Então vamos ajudá-la com este problema:

A) Quantas possibilidades de retângulos diferentes existem com formato retangular, medidas inteiras e 36 m de perímetro?

B) Qual será o retângulo de maior área possível com 36 m de perímetro?

RESOLUÇÃO:

Vamos inicialmente desenhar um esquema para a região retangular que deverá ser marcada no chão, com x e y sendo medidas inteiras desconhecidas. A análise permitirá responder às questões das partes A e B do desafio.



Roberta quer usar 36 metros de fita para cercar o perímetro desse retângulo no chão e quer que ele tenha a maior área possível. Então, podemos desenhar uma tabela para registrar os dados e analisar o que ocorre com a área para o perímetro fixado.

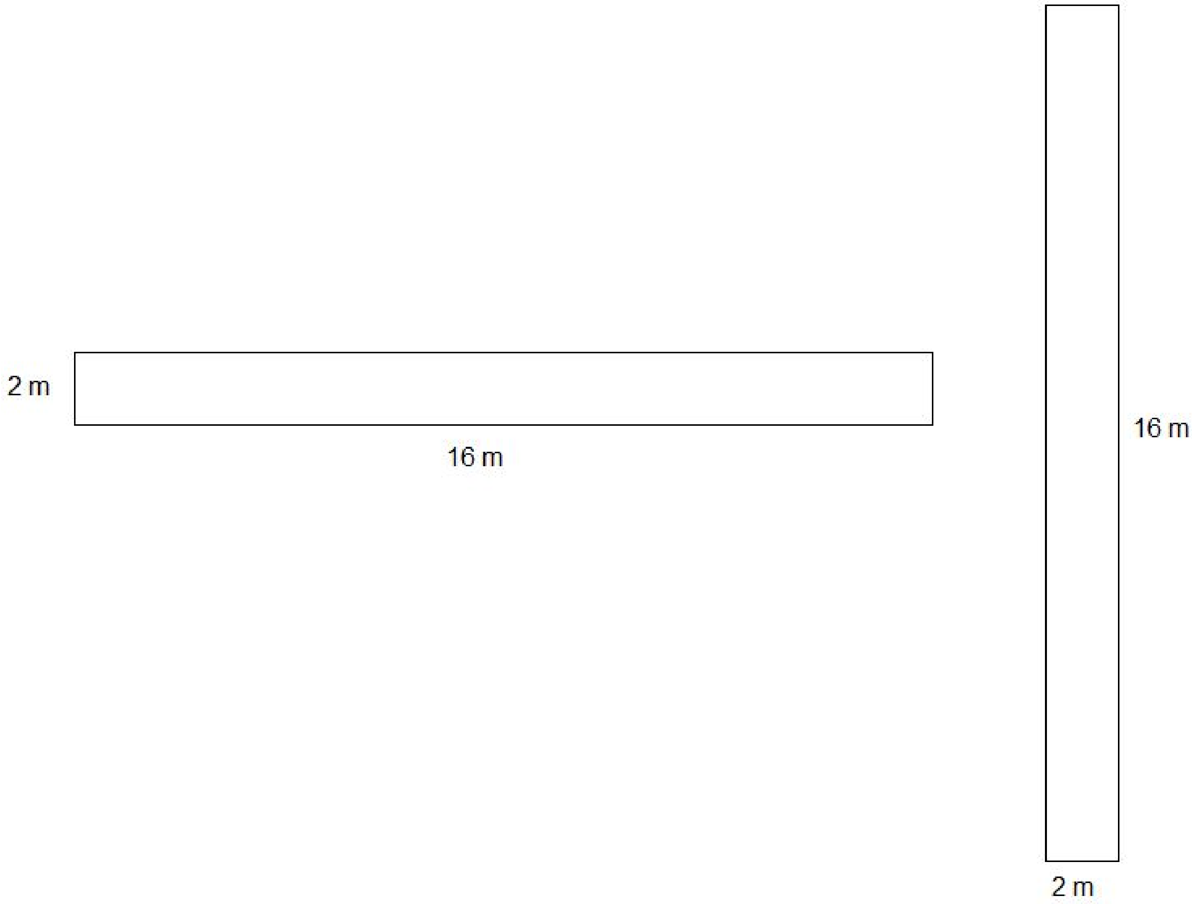
Para auxiliar na montagem da tabela, temos que se $2x + 2y = 36$, então devemos ter $x + y = 18$. O número de soluções inteiras com x e y diferentes de zero é o que deve aparecer na primeira a na segunda coluna.

Medida x (metros)	Medida y (metros)	Área $x \cdot y$ (m^2)
1	17	17
2	16	32
3	15	75
4	14	56
5	13	65
6	12	72
7	11	77
8	10	80
9	9	81
10	8	80
11	7	77

12	6	72
13	5	65
14	4	56
15	3	75
16	2	32
17	1	17

Um primeiro olhar da tabela indica que existiriam 17 possibilidades de retângulos diferentes com medidas inteiras, com 36 metros de perímetro. Veja que também consideramos o caso em que a medida do comprimento é igual à largura, já que todo quadrado também é um retângulo.

No entanto, temos que o retângulo com dimensões $x = 2$ e $y = 16$ é congruente ao retângulo com dimensões $x = 16$ e $y = 2$, diferindo apenas por uma rotação. Veja:



Portanto, devemos considerar apenas uma das soluções que possuem a mesma área com o perímetro fixo. Dessa forma, observando a tabela, temos apenas 9 possibilidades.

Dessas 9 possibilidades de desenhar os retângulos, verificamos pela tabela que aquela que possui a maior área é $x = 9$ e $y = 9$, ou seja, o desenho no chão deve ter formato quadrado.

Observação: Vale a pena destacar com os alunos que esse fato pode ser generalizado. De todos os retângulos com perímetro fixo, aquele que possui a maior área da região retangular correspondente é o quadrado.