nova escola

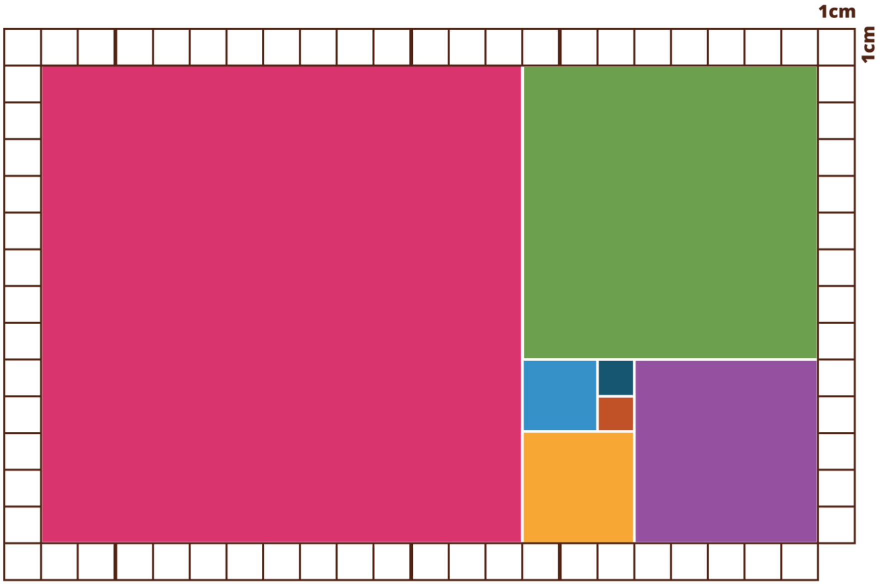
Resolução da Atividade Retomada - MAT7_10ALG06

Como podemos representar numericamente os termos dessa sequência?

Representação numérica - palito verde: 3 cm; palito azul: 2 x 3 cm = 6 cm; palito laranja: 3 x 3 cm = 9 cm. Logo, temos: **3, 6, 9.** Continuando a sequência: **3, 6, 9, 12, 15, ...**
Representação algébrica: Como todos os termos são em função do primeiro, vamos representar A1=3.
Podemos representar: **A1, 2 . A1, 3 . A1, 4 . A1, 5 . A1 ...**

Resolução da Atividade Principal - MAT7_10ALG06

1-Determine a medida do lado de cada quadrado colorido dentro do retângulo.



Quadrado Vermelho: lado 13 cm
Quadrado verde: lado 8 cm
Quadrado lilás: lado 5 cm
Quadrado laranja: lado 3 cm
Quadrado azul: lado 2 cm
Quadrados preto: 1 cm

2-Organize esses valores em ordem crescente.
Organizando em ordem crescente os lados dos quadrados que formam o retângulo, percebe-se que existem dois quadrados de 1 cm de lado. Logo, temos que:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13

3-Você consegue perceber uma sequência nas medidas desses lados? Encontre uma regularidade, e represente numericamente?
Sim. Essa é uma das sequências mais conhecida na Matemática, chamada sequência de Fibonacci, que pode ser encontrada na medida dos lados dos quadrados que formam o retângulo da malha quadriculada.
Para representar a regularidade dessa sequência, observamos que todos os termos seguintes, a partir do 2º termo é a soma dos dois termos anteriores.

1 + 1 = 2 (3º termo)	3 + 5 = 8 (6º termo)
1 + 2 = 3 (4º termo)	5 + 8 = 13 (7º termo)
2 + 3 = 5 (5º termo)	

4-Determine simbolicamente uma sentença matemática que determine os termos dessa sequência.
Considerando L = lado de cada quadrado do retângulo (termo da sequência), onde a sentença será expressa a partir do seu 3º termo. Temos que:

Termo	Representação	Sentença
3º	1 + 1 = 2	L3 = L2 + L1
4º	2 + 1 = 3	L4 = L3 + L2
5º	3 + 2 = 5	L5 = L4 + L3
6º	5 + 3 = 8	L6 = L5 + L4
7º	8 + 5 = 13	L7 = L6 + L5

5-Você consegue encontrar uma sentença matemática que pode determinar o termo seguinte e outro termo qualquer da sequência? Escreva simbolicamente.
Considerando L = lado de cada quadrado do retângulo (termo da sequência) e n = termo qualquer da sequência.

Termo	Sentença
8º	L8 = L7 + L6
Ln	Ln = Ln-1 + Ln-2

Considerando a sentença Ln = Ln-1 + Ln-2 como a representação de um termo qualquer, é preciso conhecer os dois termos anteriores, para determinar o termo seguinte da sequência .
Logo, essa sequência expressa uma recursividade.

Resolução da Atividade Raio-X - MAT7_10ALG06

Considere a sequência: 3, 15, 45, 675, ...
1- Determine a regularidade dessa sequência, expressando sua resposta numericamente.
Para representar a regularidade dessa sequência, observamos que todos os termos seguintes, a partir do 2º termo é o produto dos dois termos anteriores.

3 x 15 = 45 (3º termo)
15 x 45 = 675 (4º termo)

2- Expresse simbolicamente através de sentença matemática um termo qualquer dessa sequência.
Considerando T = termo da sequência e n = posição do termo na sequência, temos:
$T_4 = T_2 \times T_3$ (Representação do 4º termo)
$T_n = T_{n-2} \times T_{n-1}$ (termo qualquer na sequência)

3-Essa sequência possui recursividade? Explique.
Sim. Considerando a sentença $T_n = T_{n-2} \times T_{n-1}$ como a representação de um termo qualquer, é preciso conhecer os dois termos anteriores, para determinar o termo seguinte da sequência. Logo, essa sequência expressa uma recursividade.

Resolução da Atividade Complementar - MAT7_10ALG06

1-Considere a sequência: 8, 12, 20, 32, 52, ...
Expresse simbolicamente através de sentença matemática um termo qualquer dessa sequência.
Considerando T = termo da sequência e n = posição do termo na sequência. Temos:
$T_5 = T_3 + T_4$ (Representação do 5º termo)
$T_n = T_{n-2} + T_{n-1}$ (termo qualquer na sequência)

2-Sabendo que uma sequência é formada pela sentença $T_n = T_{n-2} + T_{n-1} + 1$, determine os 7 primeiros termos, sabendo que o 1º termo = 5 e 2º termo = 8.

Termo	$T_n = T_{n-2} + T_{n-1} + 1$
1º	5
2º	8
3º	$T_3 = 8 + 5 + 1 = 14$
4º	$T_4 = 14 + 8 + 1 = 23$
5º	$T_5 = 23 + 14 + 1 = 38$
6º	$T_6 = 38 + 23 + 1 = 62$
7º	$T_7 = 62 + 38 + 1 = 101$

Encontrando os 7 primeiros termos, temos a sequência solicitada: 5, 8, 14, 23, 38, 62 e 101

3 - Observe a sequência formada por números triangulares. Os números correspondem à quantidade de bolinhas das figuras dessa sequência.

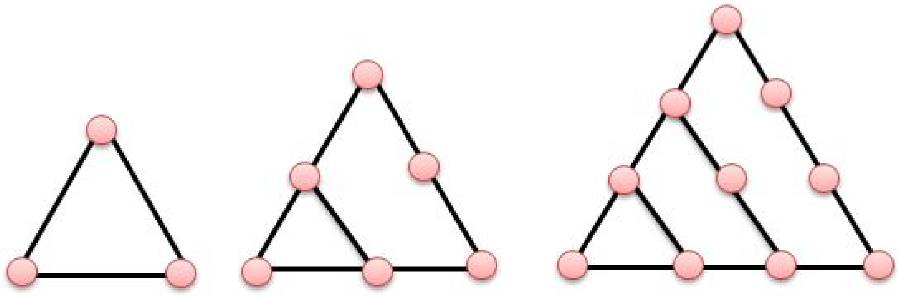


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

Essa sequência pode ser expressa de forma recursiva? Explique sua resposta através de uma sentença matemática.

Considerando F = termo da sequência e n = posição do termo na sequência temos:
$F_1 = 3$
$F_2 = F_1 + 3 = 3 + 3 = 6$
$F_3 = F_2 + 4 = 6 + 4 = 10$

Nota-se também que F_4 será dado por $F_3 + 5 = 15$.

Conclui-se então que cada termo é dado pela soma do termo anterior com um novo valor que não é constante, mas varia de acordo com o n.
Para n = 2 temos $F_2 = F_1 + 3$. O valor somado é 3 que é igual a n + 1.
Para n = 3 temos $F_3 = F_2 + 4$. O valor somado é 4 que é igual a n + 1.

Considerando a sentença **$F_n = F_{n-1} + n + 1$** como a representação de um termo qualquer, fica claro que é preciso conhecer o termo anterior, para determinar o termo seguinte da sequência. Logo, essa sequência é expressa por uma recursividade.

Um ponto importante a ser comentado sobre essa questão é que essa sequência de números triangulares (3, 6, 10, 15, 21...) é uma Progressão Aritmética de segunda ordem, ou seja, as diferenças entre dois termos consecutivos formam uma progressão aritmética:

6 - 3 = 3
10 - 6 = 4
15 - 10 = 5
21 - 15 = 6
...

Toda Progressão Aritmética de segunda ordem pode ser descrita de forma não recursiva por uma sentença do segundo grau. Nesse caso, a sentença é dada por [(n + 1) x (n + 2) : 2]. Veja:

$F_1 = 2 \times 3 : 2 = 3$
$F_2 = 3 \times 4 : 2 = 6$
$F_3 = 4 \times 5 : 2 = 10$
$F_4 = 5 \times 6 : 2 = 15$
$F_5 = 6 \times 7 : 2 = 21$
...
$F_n = (n + 1) \times (n + 2) : 2 = (n^2 + 3n + 3):2$

Assim, é possível descobrir o centésimo termo de forma não recursiva, sem saber os termos anteriores:

$F_{100} = (100^2 + 3 \times 100 + 2):2 = (10\,000 + 300 + 2):2 = 10\,302 : 2 = 5\,151$

Considerando essa possibilidade, caso algum aluno note que a sequência 3, 6, 10, 15 pode ser obtida por multiplicações (3 x 1, 3 x 2, 5 x 2, 5 x 3, etc.) pode ser interessante levá-lo a descobrir essa sentença não recursiva.