

## Resolução das Atividades Complementares - MAT8\_17GEO02

1. Bruno e seus amigos pretendem fazer um ladrilhamento usando triângulos equiláteros e hexágonos regulares com lados medindo 5 cm. Em dupla, faça as construções de 6 triângulos equiláteros e 1 hexágono regular em uma folha de papel sulfite e recorte-os.

a) Estes tipos de polígonos permitirão que Bruno e seus amigos façam o que planejaram?

b) Marque um dos vértices do hexágono regular e posicione triângulos equiláteros ao redor deste vértice. Quantos triângulos equiláteros podem ser colocados, sem sobreposição, ao redor deste vértice?

c) Qual a soma dos ângulos que estão ao redor deste vértice?

d) Reúna suas peças e de outros colegas, use a criatividade e faça um ladrilhamento.

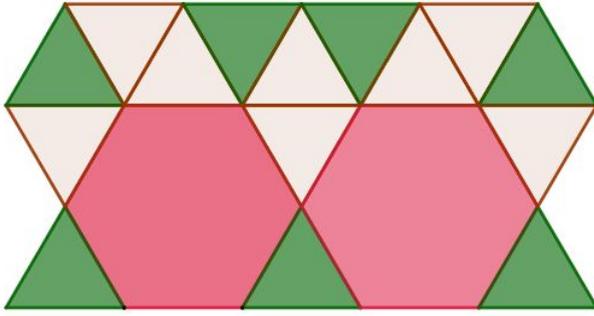
### Resolução:

a) Sim, pois os ângulos internos do triângulo equilátero medem  $60^\circ$  e os ângulos internos do hexágono regular medem  $120^\circ$ . Ambos são submúltiplos de  $360^\circ$ , logo haverá uma combinação possível para que, ao redor de um mesmo vértice, haja pavimentação.

b) Como o ângulo interno do hexágono regular mede  $120^\circ$ , temos  $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ . Como cada ângulo interno do triângulo equilátero mede  $60^\circ$ , temos que  $240^\circ : 60^\circ = 4$  triângulos equiláteros.

c) Uma solução seria juntar 4 triângulos  
 $60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ$

d) Resposta pessoal



2. Ana planeja fazer uma toalha de mesa hexagonal, utilizando outro polígono regular. Considerando que a toalha de mesa é um hexágono regular e que Ana quer usar apenas um tipo de polígono para confeccionar sua peça, responda:

- É possível Ana fazer o planejado?
- Se a resposta for afirmativa, qual polígono Ana irá usar?
- Qual a soma dos ângulos que estão ao redor do ângulo central do hexágono?
- Construa um esboço para a toalha de mesa de Ana.

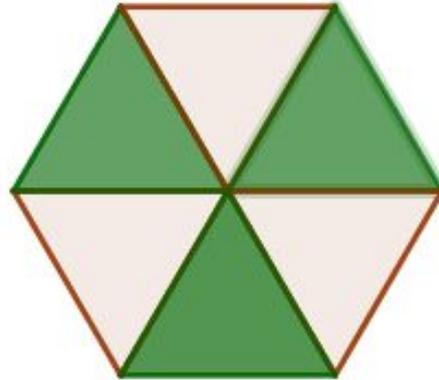
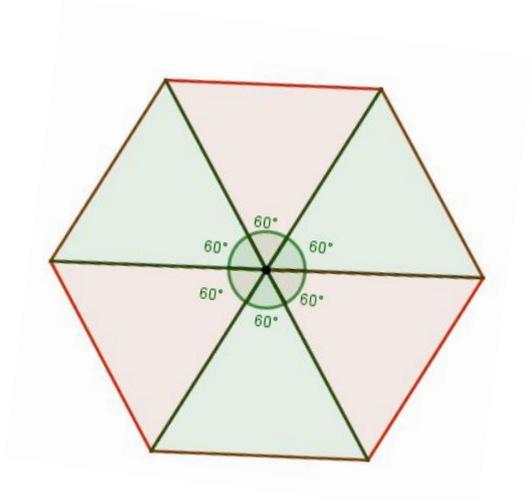
**Resolução:**

a) Sim, pois o ângulo central do hexágono regular mede  $360^\circ$  e, como o hexágono regular pode ser decomposto de 6 triângulos equiláteros, temos que  $360^\circ : 6 = 60^\circ$ , que é exatamente a medida do ângulo interno do triângulo equilátero. Desta forma, Ana conseguirá obter a toalha hexagonal unindo 6 triângulos equiláteros ao redor do mesmo vértice.

b) Ana irá utilizar *6 triângulos equiláteros*.

c) Como citado anteriormente, o ângulo central do hexágono regular é formado por 6 ângulos internos de um triângulo equilátero. Logo, temos que  $6 \times 60^\circ = 360^\circ$ .

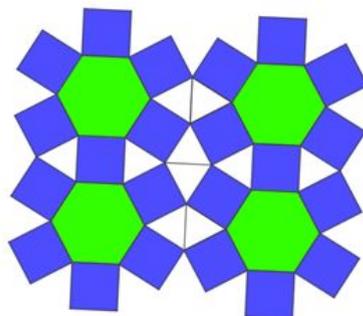
d)



3. **[DESAFIO]** Os mosaicos formados por polígonos regulares devem ter condições importantes sobre eles para a sua construção.

- Se dois polígonos regulares se intersectam, então essa interação é um lado ou um vértice comum;
- A distribuição dos polígonos regulares ao redor de cada vértice é sempre a mesma.

Desta forma, a figura abaixo mostra um exemplo de mosaico que satisfaz as duas condições estabelecidas. Neste caso, podemos criar imagens misturando diferentes polígonos regulares.



- Quais os polígonos você identifica no mosaico?
- Todos os polígonos regulares podem ser utilizados para pavimentar um plano?

- c) Quais são as possíveis pavimentações do plano utilizando apenas polígonos regulares?
- d) Construa os polígonos regulares identificados no mosaico com lado igual a 3 cm e faça o seu mosaico.

**Resolução:**

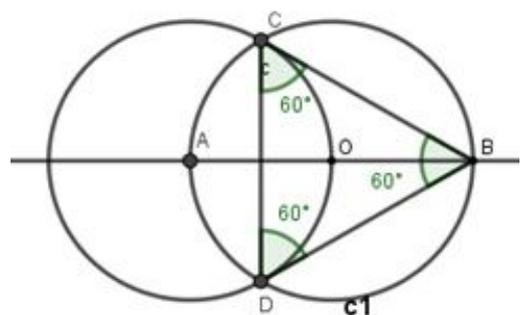
- a) Hexágono regular; quadrado; triângulo equilátero

b) Não, nem todos os polígonos regulares podem ser utilizados para a pavimentação do plano devido a medida de seus ângulos internos. Por exemplo, a medida do ângulo interno de um pentágono regular é  $108^\circ$ . Ao dividirmos  $360^\circ$  por  $108^\circ$ , obtemos 3,33 polígonos. Ou seja, não é possível pavimentar totalmente o plano utilizando apenas pentágonos regulares.

c) Os polígonos cuja a soma dos ângulos internos, reunidos ao redor do vértice, seja  $360^\circ$ . As pavimentações no plano podem ser de dois tipos: utilizando apenas polígonos regulares do mesmo tipo ou utilizando polígonos regulares de tipos diferentes. Por exemplo: 1 hexágono regular e 4 triângulos equiláteros ( $120^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 360^\circ$ ); 1 hexágono regular, 1 triângulo equilátero e dois quadrados ( $120^\circ + 60^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$ ); 4 quadrados ( $90^\circ + 90^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$ ); 6 triângulos equiláteros ( $60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 360^\circ$ ); 3 hexágonos regulares ( $120^\circ + 120^\circ + 120^\circ = 360^\circ$ ).

- d)

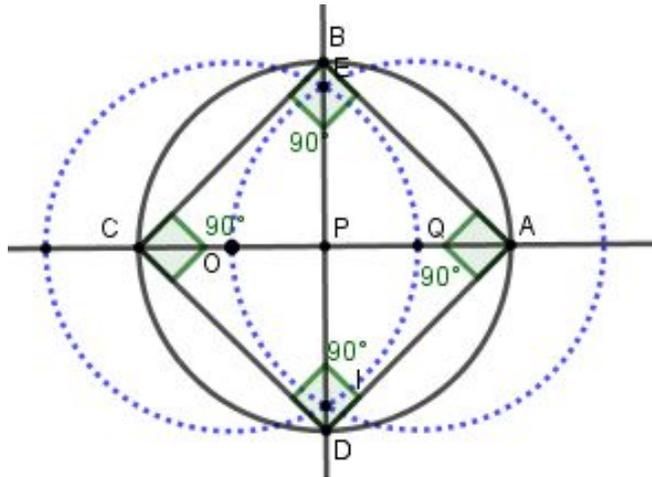
- Desenhe uma reta qualquer. Faça uma circunferência  $c_1$ , com centro  $O$ , em um ponto da reta, de modo que a circunferência intercepte a reta em dois pontos,  $A$  e  $B$ ;  
 - Construa outra circunferência com o mesmo raio  $e$ , o centro em  $A$ ; Nomeie os pontos de intersecção das circunferências como  $C$  e  $D$ ;  
 Unindo os pontos  $B$ ,  $C$  e  $D$ , temos um triângulo equilátero.



Com auxílio da régua e do compasso, construa duas circunferências  $c_1$  e  $c_2$  de raios iguais, sobre uma reta qualquer, de modo que:

O centro de cada circunferência esteja sobre a reta;  
 A distância entre os dois centros, seja maior que 0 e menor que o diâmetro da circunferência;

- Trace uma reta  $r$  passando pelos pontos de intersecção das duas circunferências e uma reta  $s$  perpendicular a  $r$ , passando pelos centros das circunferências. Na intersecção das duas retas, marque um ponto  $P$ . Construa uma circunferência  $c_3$ , com centro em  $P$ . Marque os pontos  $A, B, C$  e  $D$  nas intersecções da circunferência com as retas  $r$  e  $s$ . Unindo estes pontos, temos um quadrado.



Faça uma circunferência  $c_1$ , com centro  $O$ , em um ponto da reta, de modo que a circunferência intercepte a reta em dois pontos,  $A$  e  $B$ ; Construa outras duas circunferências com o mesmo raio, sendo:  $c_2$  com centro em  $A$  e  $c_3$  com centro em  $B$ . Marque os pontos de intersecção das circunferências. Unindo esses pontos temos um hexágono regular.

