Resolução da Atividade Complementar - MAT9_06ALG06

1) Leia o seguinte enigma e responda as perguntas abaixo: “Existem dois números que quando elevados a segunda potência e triplicados resultam em menos vinte e quatro vezes esse número menos sessenta unidades”.

Solução:
Inicialmente é necessário compreender o enigma. Podemos representar o número desconhecido pela letra x para entender o que ele representa. Assim, obtemos a equação quadrática:

$3x^2 = -24x -$ **60**
o que justifica o enigma informar que existem dois números que satisfazem essa igualdade. Em seguida, adicionamos (+24x) e (+60) nos membros da equação para representá-la na forma $ax^2 + bx + c = 0$.

(**+24x**) $3x^2 = -24x - 60$ (**+24x**)
(**+60**) $3x^2 + 24x = -60$ (**+60**)
$3x^2 + 24x + 60 = 0$

Logo, os coeficientes da equação são a = 3, b = 24 e c = 60. Após identificar a equação presente no enigma é possível responder às questões por cálculo mental, pois os números que satisfazem o enigma são as raízes da equação e para determinar a soma e o produto dessas raízes (x_1 e x_2) basta considerar os seus coeficientes.

(A) Quanto vale a soma desses dois números ?

Sabemos que a soma das raízes é calculada por $-\frac{b}{a}$, então

$x_1 + x_2 = -\frac{24}{3} = -12$. Portanto, a soma desses dois números é - 12.

(B) Qual o valor do produto desses dois números ?

O produto das raízes é calculado por $\frac{c}{a}$, então $x_1 . \, x_2 = \frac{60}{3} = 20$.
Portanto, o produto desses dois números é 20.

2) Ana, Bia e Marina estavam treinando sua nova habilidade de resolver equações mentalmente. Pediram a um colega que escrevesse três equações na lousa e aquela que resolvesse corretamente as três equações no menor tempo ganharia um sorvete das outras duas. Analise

as equações escritas no quadro e as soluções acompanhadas do tempo de cada uma e responda quem ganhará o sorvete e por que.

1) $x^2 + x - 6 = 0$

2) $x^2 + 5x + 6 = 0$

3) $x^2 - x - 6 = 0$

Respostas de *Ana*	Respostas de *Bia*	Respostas de *Marina*
1) $x_1 = 2$ ou $x_2 = -3$ 2) $x_1 = -2$ ou $x_2 = -3$ 3) $x_1 = -2$ ou $x_2 = 3$ Tempo: 1 min e 28 seg	1) $x_1 = 2$ ou $x_2 = -3$ 2) $x_1 = -2$ ou $x_2 = -3$ 3) $x_1 = 2$ ou $x_2 = 3$ Tempo: 1 min e 20 seg	1) $x_1 = 2$ ou $x_2 = -3$ 2) $x_1 = -2$ ou $x_2 = -3$ 3) $x_1 = -2$ ou $x_2 = 3$ Tempo: 1 min e 25 seg

Solução: *Marina* que irá ganhar o sorvete, pois apesar de seu tempo ser o segundo, ela acertou todas as soluções enquanto *Bia* acabou errando a solução da terceira equação.

Resolução de cada equação:

1) $x^2 + x - 6 = 0$	$x_1 + x_2 = -1$ e $x_1 \cdot x_2 = -6$	$x_1 = 2$ ou $x_2 = -3$
2) $x^2 + 5x + 6 = 0$	$x_1 + x_2 = -5$ e $x_1 \cdot x_2 = 6$	$x_1 = -2$ ou $x_2 = -3$
3) $x^2 - x - 6 = 0$	$x_1 + x_2 = 1$ e $x_1 \cdot x_2 = -6$	$x_1 = -2$ ou $x_2 = 3$

3) [Desafio] Considere a equação $(h + 14)x^2 + 12x + 1 = 0$, com $h \in \mathbb{R}$.

(A) Determine o valor de h para que a soma das raízes seja $-\frac{3}{5}$.

Solução:
Inicialmente identificamos pelos coeficientes da equação que a soma $x_1 + x_2$ é igual a $-\frac{b}{a} = -\frac{12}{h+14}$, igualando a $-\frac{3}{5}$ obtemos a equação do 1º grau:

$$(.-1) \quad -\frac{12}{h+14} = -\frac{3}{5} \quad (.-1)$$

$$(.5)\quad \frac{12}{h+14} = \frac{3}{5} \quad (.5)$$

$$[.\,(h+14)]\ \frac{60}{h+14} = 3 \quad [.\,(h+14)]$$

$$(-42)\quad 60 = 3h + 42 \quad (-42)$$

$$(\div 3)\quad 18 = 3h \quad (\div 3)$$

$$h = 6$$

(B) Encontre o valor das raízes x_1 e x_2.

Solução:

Como *h* = 6 a equação quadrática é igual a $20x^2 + 12x + 1 = 0$. Para que possamos determinar suas raízes precisamos da soma e produto:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{12}{20}$$

$$x_1 .\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{20}$$

Pensando inicialmente no produto:

$$x_1 .\ x_2 = -\frac{1}{10} .\ -\frac{1}{2} = \frac{1}{20}$$

(Observação: A escolha das raízes negativas para o produto se deu por conta da soma das raízes ser um resultado negativo)

Conferindo os valores das raízes escolhidas na soma:

$$x_1 +\ x_2 = -\frac{1}{10} + -\frac{1}{2} = \frac{-2-10}{20} = -\frac{12}{20} = -\frac{3}{5}$$

Portanto, as raízes da equação $20x^2 + 12x + 1 = 0$ são

$x_1 = -\frac{1}{10}$ ou $x_2 = -\frac{1}{2}$