

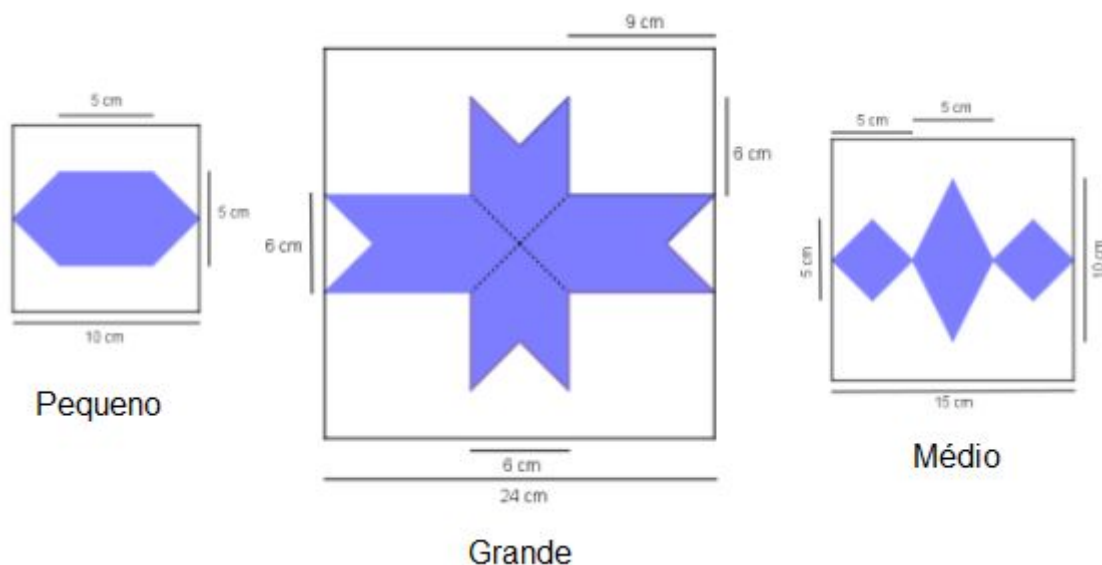
Resolução da Atividade Principal – MAT8_21GRM02

Sérgio trabalha como designer em uma empresa que fabrica azulejos quadrados. Na última reunião da empresa ele apresentou três projetos de desenhos geométricos para os azulejos, de acordo com as especificações das figuras abaixo, que utilizam trapézios, losangos e paralelogramos em suas confecções.

Preocupado com os custos, o dono da empresa disse que só permitirá a fabricação do modelo cujo desenho representar a menor porcentagem da área total do azulejo. Vamos ajudar Sérgio a definir que modelo será esse?

Uma solução:

Vamos chamar os modelos de azulejo de pequeno, médio e grande de acordo com as medidas do desenho.



Precisamos determinar em cada um deles a área total do azulejo e a área do desenho correspondente na cor azul, de modo que seja possível calcular a porcentagem que a área do desenho representa em relação à área do azulejo.

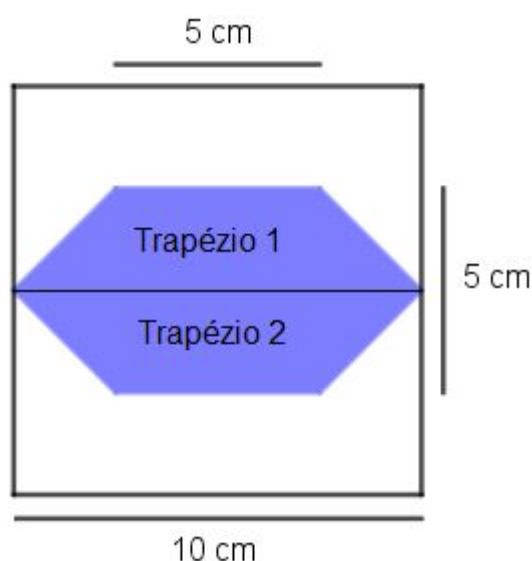
Como todos os azulejos são quadrados (vide enunciado), temos:

$$A_{pequeno} = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$A_{grande} = 24 \cdot 24 = 576 \text{ cm}^2$$

$$A_{médio} = 15 \cdot 15 = 225 \text{ cm}^2$$

Os desenhos precisam ser analisados separadamente. Para o azulejo pequeno, podemos observar que o desenho é um hexágono que pode ser decomposto em dois trapézios congruentes. Veja:

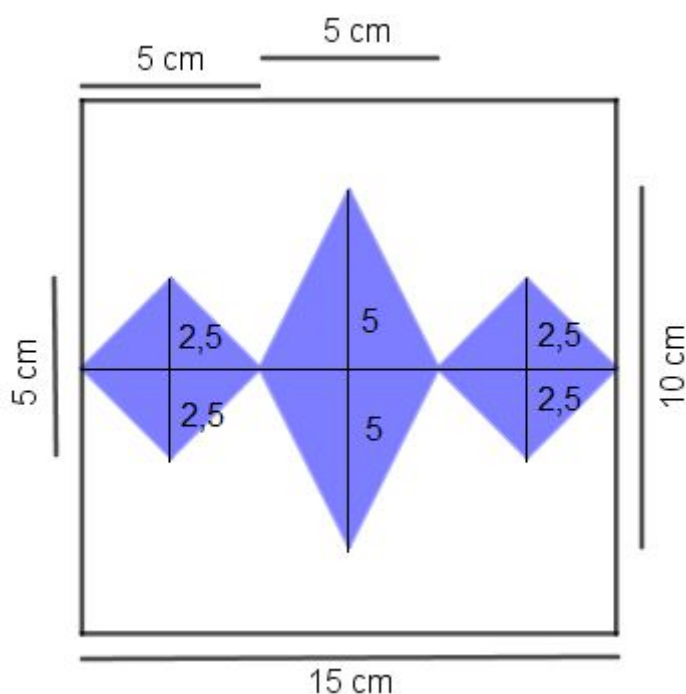


Temos que cada um dos trapézios possui base maior medindo 10 cm, base menor medindo 5 cm e altura medindo 2,5 cm. Então, a área de cada trapézio é dada por:

$$A_{trapézio} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(10 + 5) \cdot 2,5}{2} = \frac{(15) \cdot 2,5}{2} = \frac{37,5}{2} = 18,75 \text{ cm}^2$$

Como são dois trapézios, temos que a área do desenho do azulejo pequeno será igual a $2 \cdot 18,75 = 37,5 \text{ cm}^2$.

Já o azulejo de tamanho médio possui em seu interior um desenho formado por três losangos, sendo dois congruentes. Conhecendo as medidas de suas diagonais, é possível calcular as respectivas áreas:



A área de cada um dos losangos menores é dada por:

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ cm}^2$$

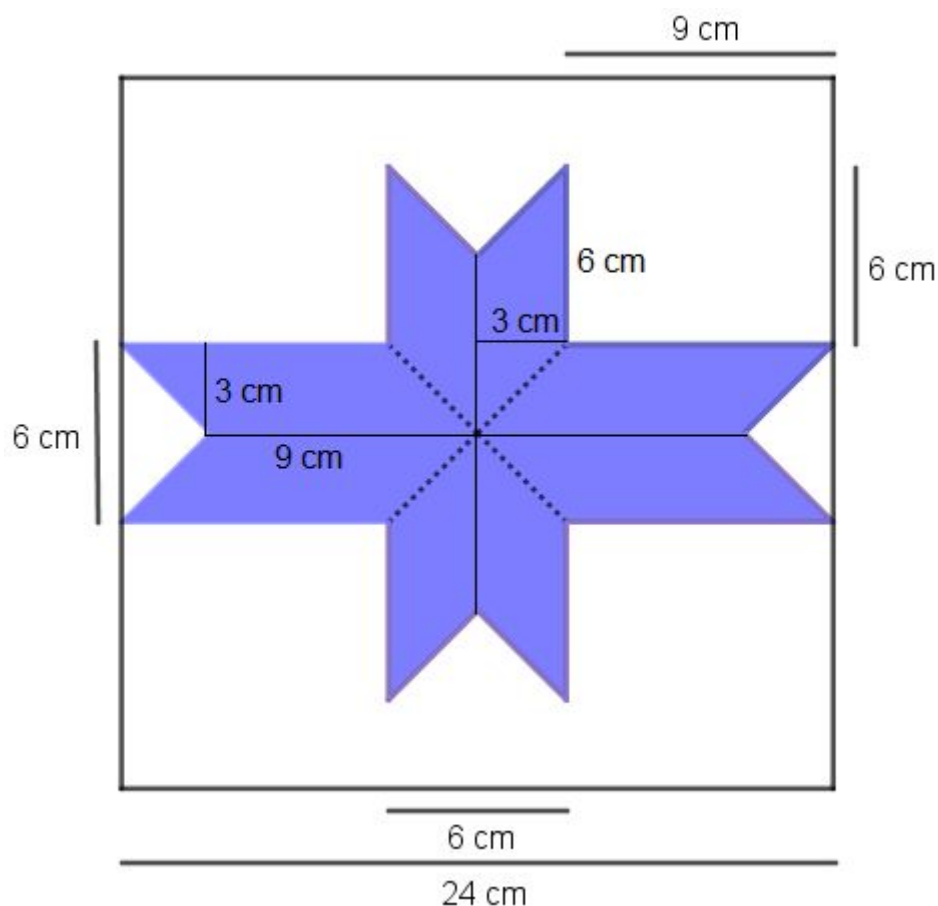
E a área do losango maior é:

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{10 \cdot 5}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área total do desenho do azulejo médio será:

$$12,5 + 12,5 + 25 = 50 \text{ cm}^2$$

Resta agora determinar a área do desenho do azulejo grande, o qual é formado por 8 paralelogramos, sendo 4 congruentes com base de 9 cm e altura de 3 cm e outros 4 também congruentes entre si com base de 6 cm e altura de 3 cm. Veja a figura abaixo:



A área de cada um dos paralelogramos maiores será:

$$A = b \cdot h = 9 \cdot 3 = 27 \text{ cm}^2$$

E a área de cada paralelogramo menor será:

$$A = b \cdot h = 6 \cdot 3 = 18 \text{ cm}^2$$

Então, a área total do desenho do azulejo grande será:

$$4 \cdot 27 + 4 \cdot 18 = 180 \text{ cm}^2$$

Agora, basta calcular a porcentagem que a área de cada desenho representa em relação à área total do azulejo.

$$\frac{37,5}{100} = 37,5 \%$$

Para o azulejo pequeno:

$$\frac{50}{225} \cong 0,222 = 22,2 \%$$

Para o azulejo médio:

$$\frac{180}{576} = 0,3125 = 31,25 \%$$

Para o azulejo grande:

Sendo assim, verificamos que o azulejo médio é aquele onde a área do desenho representa a menor porcentagem em relação à área total do azulejo. Portanto, Sérgio deverá optar por este modelo. A exigência se justifica pois algumas vezes o custo para a produção de desenhos grandes na superfície do material é maior.