

Resolução da atividade principal- MAT6_05NUM07

Do tempo dos faraós

Encontrou-se um papiro egípcio de milhares de anos, do tempo dos faraós. Decifrando o papiro, verificou-se que ele continha uma expressão da fração $\frac{27}{24}$ como soma de quatro frações diferentes entre si, todas com numerador 1. Quais eram essas frações?

Resposta: As frações são: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{24}$.

Solução:

Queremos encontrar: $\frac{1}{?} + \frac{1}{?} + \frac{1}{?} + \frac{1}{?} = \frac{27}{24}$,

Sabemos que para calcular a soma de frações de denominadores diferentes, encontramos frações equivalentes às iniciais, com um mesmo denominador. O denominador comum das frações equivalentes é igual ao mmc dos denominadores iniciais, logo o mmc dos quatro denominadores deve ser 24.

Uma forma de fazer é encontrar os divisores de 24.

$D(24) = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$.

Os denominadores possíveis devem estar neste grupo de divisores. Vamos testar alguns destes.

- 1, 2, 3, 8

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} = \frac{47}{24},$$

- 1, 2, 3, 24

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{24} = \frac{45}{24},$$

- 2, 3, 4, 6

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{30}{24},$$

- 2, 3, 6, 8

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{27}{24}, \text{ o valor procurado, logo as frações são: } \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6} \text{ e } \frac{1}{8}.$$

- 2, 3, 4, 24

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{24} = \frac{27}{24}, \text{ o valor procurado, logo as frações são: } \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \text{ e } \frac{1}{24}.$$

Logo, as duas únicas respostas possíveis são $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ e $\frac{1}{24}$ e $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ e $\frac{1}{8}$.

Outra forma de pensar e resolver.

$$\frac{2}{24} + \frac{2}{24} + \frac{2}{24} + \frac{2}{24} = \frac{27}{24}$$

Se o número de cima for divisor de 24 será possível reduzir essas frações para que se tornem unitárias, ficando de acordo com que o problema pede.

Como os divisores de 24 são 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24, é preciso achar quatro deles cuja soma resulte em 27.

Se usarmos o 24, restam 3 para 27, então não temos opções diferentes (24 + 1 + 1 + 1 não vale).

Usando o 12, restam 15 para 27.

Podemos somar 8 + 6 + 1 ou 8 + 4 + 3 (são duas respostas distintas)

Se não usar o 12, a soma dos outros não chega a 27.

Logo, as duas únicas respostas possíveis são $\frac{12}{24} + \frac{8}{24} + \frac{6}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{24}$
ou $\frac{12}{24} + \frac{8}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$