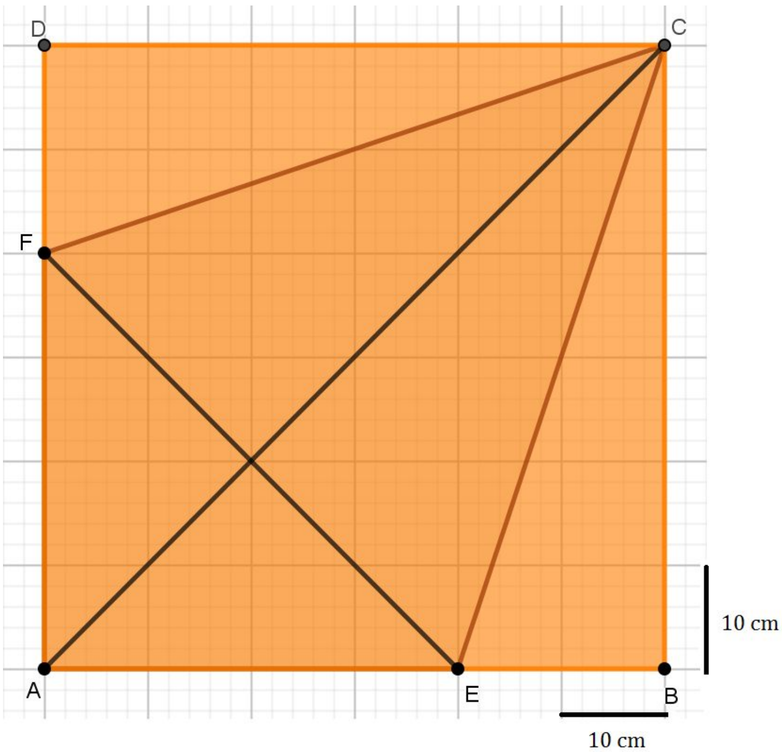
## Resolução Atividades Complementares - MAT9_15GEO09

**1) Uma das atividades mais praticadas por Bruno em suas férias é empinar pipa com os primos as margens do Rio Amazonas. Ele prefere sempre confeccionar suas pipas, diz que faz parte da brincadeira. Numa folha de papel quadrada (quadriculada) ele traça um esboço de sua próxima pipa. Os segmentos AC e FE serão as "varetas" de sustentação. Veja a figura seguinte:**




**Determine:**

**a) Os comprimentos das varetas**

*Conforme os dados oferecidos na figura, cada unidade de comprimento da folha corresponde a 10 cm.*

*Assim, para a vareta que corresponde ao segmento FE, vamos considerar o triângulo AFE, retângulo em A, onde FE é a hipotenusa. Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:*

$$AE^2 + AF^2 = FE^2 \Rightarrow 40^2 + 40^2 = FE^2 \Rightarrow$$
$$FE^2 = 2.40^2 \Rightarrow FE = \sqrt{2.40^2} \Rightarrow FE = 40\sqrt{2}\ cm$$

$FE = 40\sqrt{2}\ cm$

*Para a vareta que corresponde ao segmento AC, vamos considerar o triângulo retângulo ABC, retângulo em B, onde AC é a hipotenusa. Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:*

$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow 60^2 + 60^2 = AC^2 \Rightarrow$
$AC^2 = 2.60^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2.60^2} \Rightarrow$
$AC = 60\sqrt{2}\ cm$

**b) O perímetro da pipa**

*Para calcularmos o perímetro da pipa, basta determinar os comprimentos dos segmentos FC e CE, já que AF e AE já estão determinados e medem, pela figura, 40 cm cada. Observe que os os triângulos CDF e CBE são congruentes pelo caso LAL. Assim, temos que FC=CE. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo EBC, por exemplo, temos:*

$EB^2 + BC^2 = CE^2 \Rightarrow 20^2 + 60^2 = CE^2 \Rightarrow CE^2 = 400 + 3600 \Rightarrow$
$CE^2 = 4000 = 10\ .\ 400 \Rightarrow$
$CE = \sqrt{10.400} \Rightarrow$
$CE = 20\sqrt{10}\ cm = FC$

*Assim, o perímetro da pipa pode ser obtido da seguinte forma:*
$AF + FC + CE + AE = 40 + 20\sqrt{10} + 20\sqrt{10} + 40 = 40 + 20\sqrt{10} + 20\sqrt{10} + 40 =$
$= 40 + 20\sqrt{10} + 20\sqrt{10} + 40 = 80 + 40\sqrt{10} = 40(2 + \sqrt{10})\ cm$

**c) A área de papel utilizado para a confecção da pipa**

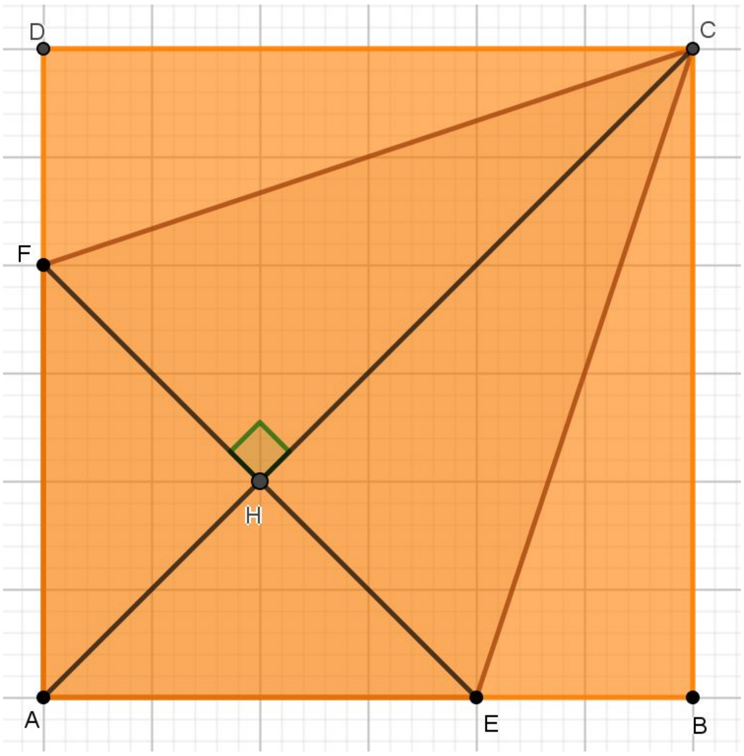
*A área da pipa será a área total do quadrado, menos as áreas dos triângulos congruentes CDF e CBE. Assim, vem:*

$S(AFCE) = S(ABCD) - 2S(CDF) \Rightarrow$
$S(AFCE) = 60^2 - 2.\frac{20\ .\ 60}{2} \Rightarrow$
$S(AFCE) = 3600 - 1200 \Rightarrow$
$S(AFCE) = 2400\ cm^2$

**d) Mostre que a altura do triângulo FEC é igual a FE.**

*Note que o triângulo FCE é isósceles. Assim sua altura é bissetriz e mediana. Dessa forma, os triângulos FHC e EHC são retângulos e congruentes, assim:*

$EH = FH = 20\sqrt{2}\ cm$ *e* $FC = CE = 20\sqrt{10}\ cm$




*Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo EHC, vem:*

$EH^2 + HC^2 = CE^2 \Rightarrow (20\sqrt{2})^2 + HC^2 = (20\sqrt{10})^2 \Rightarrow 400.2 + HC^2 = 400.10 \Rightarrow$
$800 + HC^2 = 4000 \Rightarrow HC^2 = 4000 - 800 \Rightarrow HC^2 = 3200 \Rightarrow HC = \sqrt{1600\ .\ 2} \Rightarrow$
$HC = 40\sqrt{2}\ cm = FE$

**2) Um triângulo tem lados medindo 20 cm, 15 cm e 10cm. Esse triângulo é retângulo?**

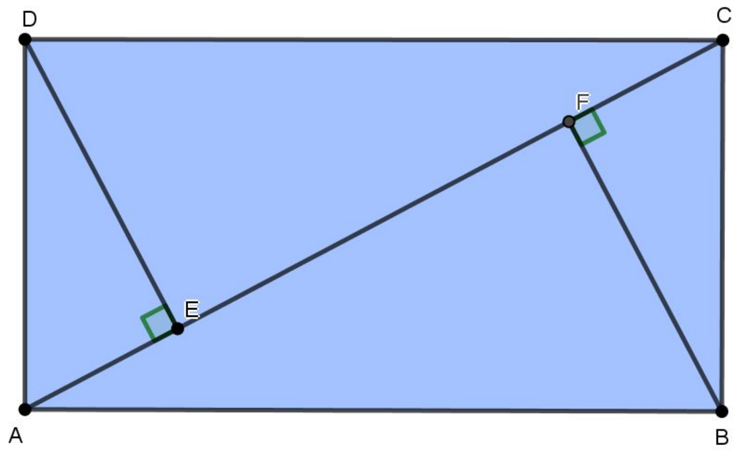
*Seja a = 20 cm a medida da hipotenusa, b = 15 cm e c = 10 cm as medidas dos respectivos catetos, então a relação $a^2 = b^2 + c^2$ (Teorema de Pitágoras) tem que ser válida. Vejamos:*

$a^2 = b^2 + c^2$
$20^2 = 15^2 + 10^2$
$400 = 225 + 100$

*400 = 325 (falso)*

*Assim, concluímos que o triângulo com lados medindo 20 cm, 15 cm e 10 cm não é um triângulo retângulo.*

**3) [Desafio] No retângulo ABCD abaixo, AB = 15 cm, BC = 8 cm e AE = FC. Determine o comprimento do segmento EF.**

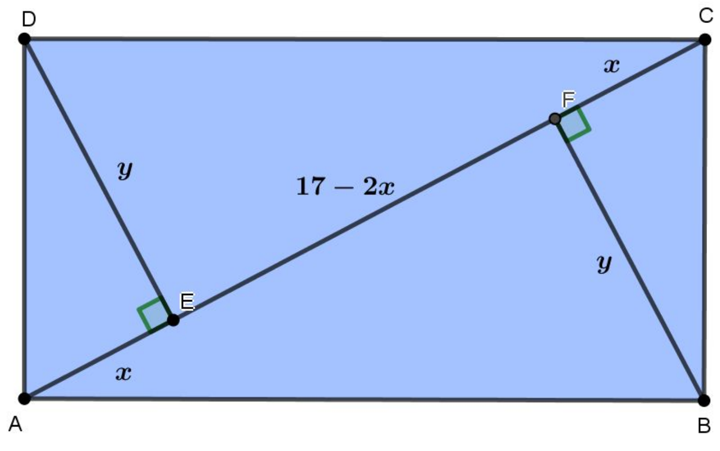



**Uma solução:**

*Como AE=EF, podemos concluir que os triângulos AED e CFB são congruentes pelo caso LAL, já que DE=BF, pois ambos segmentos são as respectivas alturas dos triângulos ADC e ABC, também congruentes, agora pelo caso LLL. Assim, podemos fazer AE= x e DE=y. No triângulo ABC, temos, pelo teorema de Pitágoras:*

$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow AC^2 = 289 \Rightarrow AC = 17$

*Vejam a figura seguinte, onde os dados obtidos estão distribuídos:*



*Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo **AED**, vem:*

$x^2 + y^2 = 8^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 64 \quad (i)$

*Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo **ABF**, lembrando que* $AF = 17 - x$ *vem:* $(17 - x)^2 + y^2 = 15^2 \Rightarrow 289 - 34x + x^2 + y^2 = 225 \Rightarrow$

$-34x + x^2 + y^2 = 225 - 289 \Rightarrow$

$x^2 + y^2 - 34x = -64 \quad (ii)$

*Substituindo* $(i)$ *em* $(ii)$*, temos:*

$x^2 + y^2 - 34x = -64 \Rightarrow 64 - 34x = -64 \Rightarrow$

$-34x = -64 - 64 \Rightarrow -34x = -128 \Rightarrow x = \frac{-128}{-34}$

$x = \frac{64}{17}$

*Como* $EF = 17 - 2x$*, temos:* $EF = 17 - 2(\frac{64}{17}) \Rightarrow EF = 17 - \frac{128}{17} = \frac{289-128}{17}$

$EF = \frac{161}{17}$

***Outra Solução:***

*No triângulo **ADC**, temos que **y** é a altura relativa a hipotenusa. Aplicando a relação a.h=bc, vem:*

$a.h = b.c \Rightarrow 17.y = 8.15 \Rightarrow y = 120/17$

*Agora, aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo **AED**, vem:*

$x^2 + y^2 = 8^2 \Rightarrow x^2 + (\frac{120}{17})^2 = 64 \Rightarrow x^2 = 64 - \frac{14400}{289} \Rightarrow$

$x^2 = \frac{18496-14400}{289} = \frac{4096}{289} \Rightarrow$

$x^2 = \sqrt{\frac{4096}{289}} \Rightarrow x = \frac{64}{17}$

*Como* $EF = 17 - 2x$*, temos:* $EF = 17 - 2(\frac{64}{17}) \Rightarrow EF = 17 - \frac{128}{17} = \frac{289-128}{17}$

$EF = \frac{161}{17}$