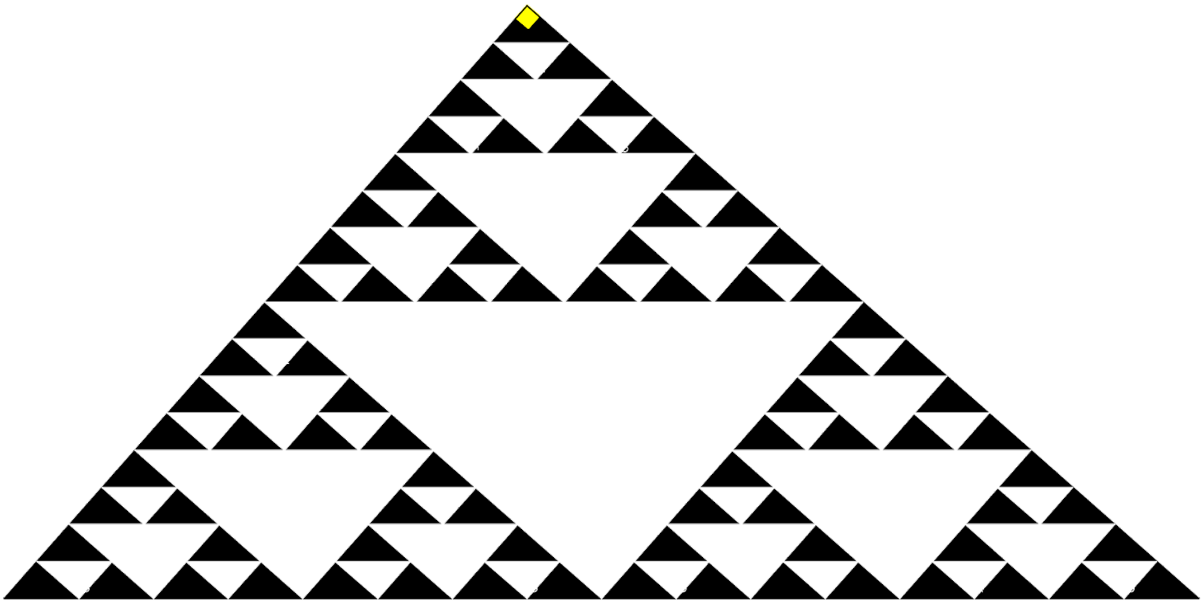
Resolução da Atividade Principal - MAT9_12GEO05



a) Os triângulos obtidos em cada etapa são semelhantes entre si? Justifique:

Sim. Eles foram obtidos reduzindo-se os lados do triângulo anterior à metade. Isso caracteriza uma redução por homotetia, que origina uma figura semelhante à original. Se tomarmos o triângulo da iteração 0 como base, os da iteração 1 possuem as medidas dos lados reduzidos à metade, os da iteração 2 à quarta parte, os da iteração 3 à oitava parte e os da iteração 4, à décima sexta parte.

b) Por qual sequência de transformações geométricas os triângulos de cada iteração (a partir da iteração 1) poderiam ter sido originados?

Poderiam ser originados por uma redução seguida de uma translação ou vice-versa.

c) Com a régua, obtenha as medidas necessárias para completar a tabela a seguir.

Iteração	Perímetro de cada triângulo	Área de cada triângulo	Razão de semelhança em relação ao triângulo original (iteração 0)

0	$16 + 12 + 10,58 = 38,58\ cm$	$\dfrac{12 \cdot 10,58}{2} = 63,48\ cm^2$	1
1	$8 + 6 + 5,29 = 19,29\ cm$	$\dfrac{6 \cdot 5,29}{2} = 15,87\ cm^2$	1/2 ou 0,5
2	$4 + 3 + 2,65 = 9,65\ cm$	$\dfrac{3 \cdot 2,65}{2} = 3,97\ cm^2$	1/4 ou 0,25
3	$2 + 1,5 + 1,33 = 4,83\ cm$	$\dfrac{1,5 \cdot 1,33}{2} = 0,99\ cm^2$	1/8 ou 0,125
4	$1 + 0,75 + 0,66 = 2,41\ cm$	$\dfrac{0,75 \cdot 0,66}{2} = 0,24\ cm^2$	1/16 ou 0,625

Analise os valores da tabela para responder os itens a seguir:

d) Como podemos obter o perímetro de um novo triângulo qualquer sabendo apenas a medida do perímetro do triângulo original (iteração 0) e a razão de semelhança entre os dois?

A cada iteração, o perímetro dos triângulos é reduzido à metade, logo, o perímetro é proporcional à razão de semelhança. Por exemplo, tomando um triângulo da iteração 1, este é semelhante ao triângulo original (iteração 0) com razão 1/2 ou 0,5. Multiplicando o perímetro do triângulo original por essa razão, obtém-se o perímetro do triângulo reduzido.

$$38,58 \cdot \frac{1}{2} = 19,29\ cm$$

O mesmo ocorre com triângulos das outras iterações. Generalizando, ao multiplicarmos as medidas dos lados de um triângulo por r, o perímetro também fica multiplicado por r, ou:

$$\frac{P'}{P} = r$$
$$P' = r \cdot P$$

e) Como podemos obter a área de um novo triângulo qualquer sabendo apenas a medida da área do triângulo original (iteração 0) e a razão de semelhança entre os dois?

A cada iteração, a área dos triângulos são reduzidos à quarta parte, logo, a área é proporcional à razão de semelhança elevada ao quadrado. Por exemplo, tomando um triângulo da iteração 1, este é semelhante ao triângulo original (iteração 0) com razão 1/2 ou 0,5. Multiplicando a área do triângulo original por essa razão elevada ao quadrado, obtém-se a área do triângulo reduzido.

$$63,48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 63,48 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = 15,87\ cm^2$$

O mesmo ocorre com triângulos das outras iterações. Generalizando, ao multiplicarmos as medidas dos lados de um triângulo por r, a área fica multiplicado por r^2, ou:

$$\frac{A'}{A} = r^2$$

$$A' = r^2 \cdot A$$