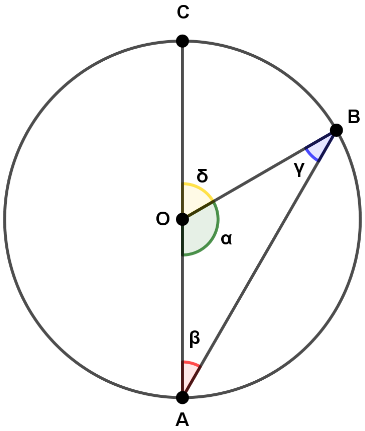
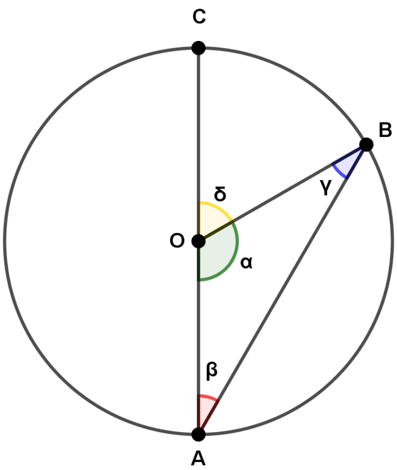
Resolução da Atividade Principal - MAT9_11GEO05

A matemática e a geometria participam do nosso dia a dia mais do que imaginamos. Uma das grandes contribuições da geometria é na construção Civil. Vamos imaginar a construção de uma praça circular, com um canteiro triangular e você é o engenheiro.
Então vamos brincar de engenheiro, siga as instruções para realizar uma planta:

1. Construa uma circunferência de raio 3 cm.
2. Marque o ponto O como Centro dessa circunferência.
3. Represente o diâmetro dessa circunferência, marque os pontos A e C nas extremidades do diâmetro.
4. Na circunferência marque o ponto B de forma que construa o arco AB de 120º.
5. Trace os segmentos OB e AB formando um triângulo.
6. No vértice O, represente o ângulo α como o ângulo obtuso desse vértice e δ o ângulo suplementar a esse.
7. No vértice A represente o ângulo β como ângulo do triângulo.
8. No vértice B represente o ângulo γ como ângulo do triângulo.



Agora, sabendo que o arco AB mede 120º, e que o ponto O é o centro da circunferência. Determine a medida dos ângulos representados pelas letras α, β, γ e δ:

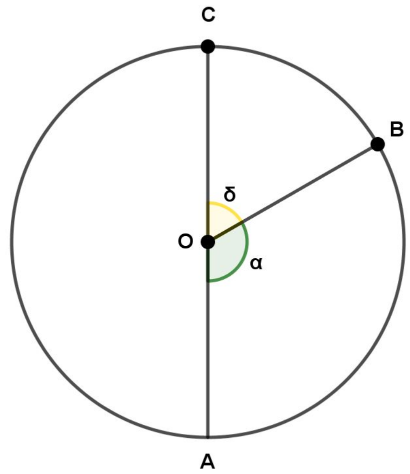


➔ Primeiro vamos encontrar a medida do ângulo α:

Temos a informação que o Arco AB mede 120º.
Por definição, a amplitude de um arco da circunferência é congruente à amplitude do ângulo central correspondente à esse arco.
Sendo Assim, o ângulo α corresponde ao arco AB.
Logo, a medida do ângulo α = 120º

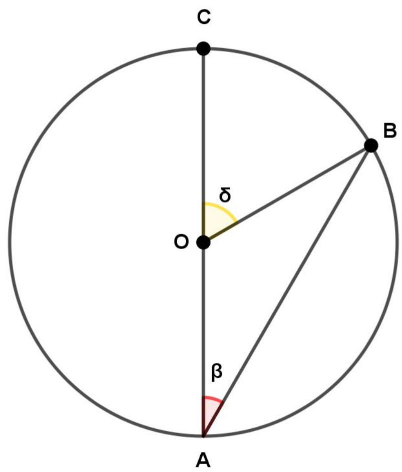
➔ Agora vamos definir a medida do ângulo δ:

Para essa solução podemos pensar de 2 maneiras:



1. O ângulo δ é suplementar ao ângulo α, se o ângulo α mede 120º, o ângulo δ = 180º - 120º. Logo o ângulo δ = 60º.
2. Percebemos que o arco AC é uma meia volta, ou seja, compreende metade da circunferência, logo ele corresponde a 180º. Sabendo que o arco AB é 120º, temos que BC = 180º - 120º. Logo BC = 60º. Sendo δ o ângulo central deste arco, δ = 60º

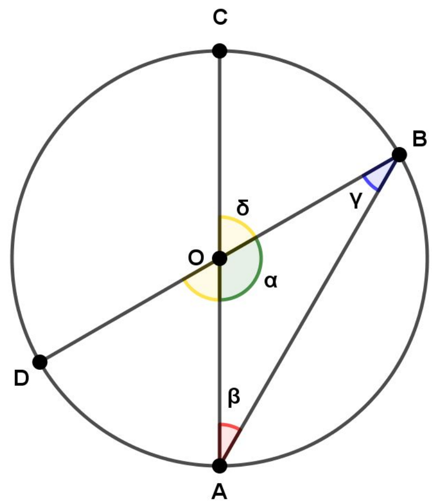
➔ Vamos encontrar a medida do ângulo β:



Ao analisar a imagem percebemos que β é um ângulo inscrito correspondente ao arco BC.
BC tem como ângulo central o ângulo δ que mede 60º.
Pela relação dos ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, temos que o ângulo inscrito correspondente à metade do ângulo central no mesmo arco que este.
Sendo assim β = 60º:2, logo β = 30º

➔ Para concluir vamos encontrar a medida do ângulo γ:

Para essa solução podemos pensar de 2 maneiras:



1. Pela propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo, temos que: γ + β + α = 180º. Temos que α = 120º e β = 30º, logo:

γ + 120º + 30º = 180º
γ = 180º - 150º
γ = 30º

2. Definimos um ponto D e ampliamos o Segmento BO até o ponto D. (como na imagem)

Ao analisar a imagem percebemos que γ é um ângulo inscrito correspondente ao arco AD.

AD tem como ângulo central o ângulo oposto pelo vértice com o ângulo δ que mede 60º.

Pela relação dos ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, temos que o ângulo inscrito correspondente à metade do ângulo central no mesmo arco que este.
Sendo assim $\gamma = 60º:2$, logo $\gamma = 30º$

- ➔ Existe ainda uma outra forma de encontrarmos os valores de β e γ:

Sabendo que O é o centro da circunferência, temos que OA e OB são raios dessa circunferência.
Logo OA = OB.
Sendo assim, podemos afirmar que o triângulo AOB é um triângulo isósceles e portanto os ângulos da base desse triângulo são congruentes, logo $\beta = \gamma$
Sabendo que $\alpha = 120º$, temos que:
$\beta + \gamma + 120º = 180º$
Sendo $\beta = \gamma$, substituímos β por γ:
$2\gamma = 180º - 120º$
$2\gamma = 60º$
$\gamma = 30º$