

Resolução da Atividade Principal - MAT9_15GEO05

José e Maria resolveram modificar o jogo das posições.

Agora a brincadeira consiste em determinar, partindo de um ponto **A**, além das coordenadas do ponto **B**, o comprimento do deslocamento total feito pelos movimentos descritos para alcançar o ponto **B** e a menor distância entre esses dois pontos, em uma malha quadriculada.

Vence quem ao final de 2 rodadas, obtiver mais ponto. A pontuação é distribuída da seguinte forma :

- Cada jogador inicia com 100 pontos.
- Caso acerte somente a abscissa ou a ordenada do ponto **B** ganha 50 pontos.
- Caso erre todas as coordenadas perde 100.
- O acerto do comprimento total dos deslocamentos vale 100 pontos
- Acertar a menor distância entre os pontos A e B ganha 100 pontos.

João inicia o jogo escolhendo o ponto **A(0,3)** e descreve os seguintes movimentos para a obtenção do ponto **B**:

- Quatro unidades para a direita
- Três unidades para baixo.

- **Quais as coordenadas que Maria deve dizer para que obtenha os 100 pontos na jogada?**

As coordenadas devem ser $B = (4,0)$

- **Qual a “distância percorrida” nos movimentos descrito por João?**

A distância percorrida é de 7 unidades.

- **Esse percurso é maior ou menor que a distância entre os pontos A e B? Por quê?**

Esse percurso é maior, pois podemos “caminhar” pela diagonal.

- **Em relação a menor distância entre os pontos A e B, Maria afirmou ser de 6 unidades. Ela acertou?**

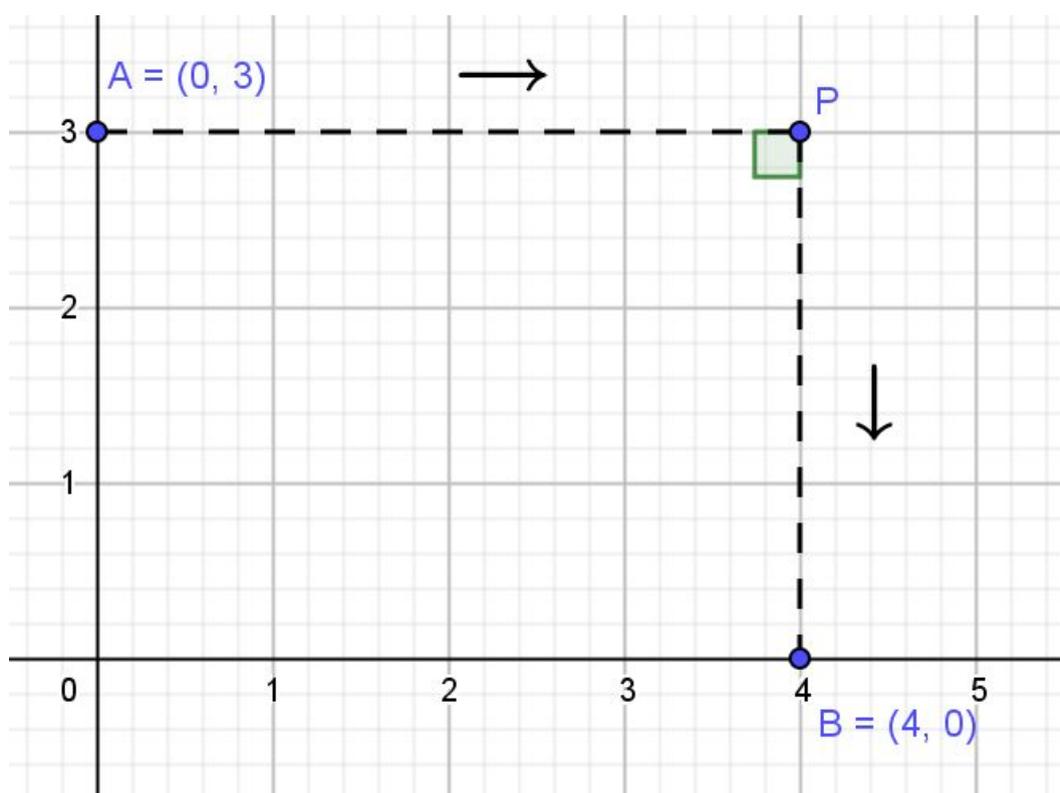
Não, a distância será de 5 unidades.

- Como você calcularia de forma exata essa distância?

Aplicando o Teorema de Pitágoras.

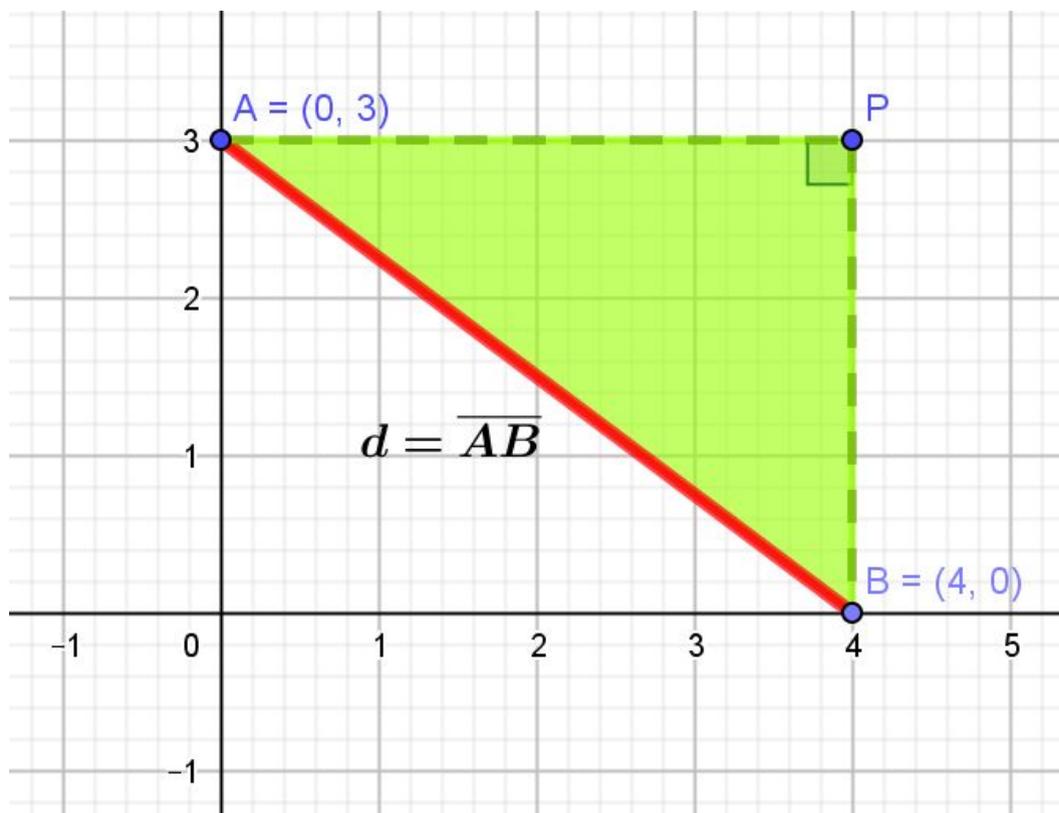
Resolução:

Na malha quadriculada abaixo, temos uma representação do plano cartesiano e a localização do ponto $A(0,3)$, bem como a posição do ponto B , após os deslocamentos descritos por João. O deslocamento horizontal e o vertical são representados por segmentos tracejados. A intersecção dos segmentos dá origem ao ponto P .



Pela figura, o ponto B tem coordenadas $B(4,3)$. O deslocamento horizontal e vertical somam 7 unidades. Esse percurso terá comprimento sempre maior que a distância entre os pontos A e B . Para justificar tal fato, basta olhar o triângulo APB , retângulo em P , observando que AB é uma hipotenusa do triângulo, logo será, pela desigualdade triangular, sempre menor que a soma dos outros dois lados.

A menor distância d , entre os pontos A e B , será dada pelo comprimento do segmento de reta AB . A figura abaixo mostra o triângulo retângulo APB , onde AP e BP são catetos e o segmento AB representa a hipotenusa:



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo APB , temos:

$$AP^2 + BP^2 = AB^2 \Rightarrow 4^2 + 3^2 = d^2 \Rightarrow d^2 = 25 \Rightarrow d = \sqrt{25} \Rightarrow d = 5 \text{ unidades}$$

Por sua vez, Maria escolheu o ponto $A(-2,2)$ e descreveu os seguintes movimentos para a obtenção do ponto B :

- Três unidades para a esquerda
 - Duas unidades para cima.
- **Quais as coordenadas que João deve dizer para que obtenha os 100 pontos na jogada?**

As coordenadas devem ser $B = (-5, 4)$.

- **Qual a “distância percorrida” nos movimentos descrito por Maria?**

A distância percorrida é de 7 unidades.

- **Esse percurso é maior ou menor que a distância entre os pontos A e B? Por quê?**

Esse percurso é maior, pois podemos “caminhar” pela diagonal.

- **Em relação a menor distância entre os pontos A e B, João afirmou ser de 6 unidades. Ele acertou?**

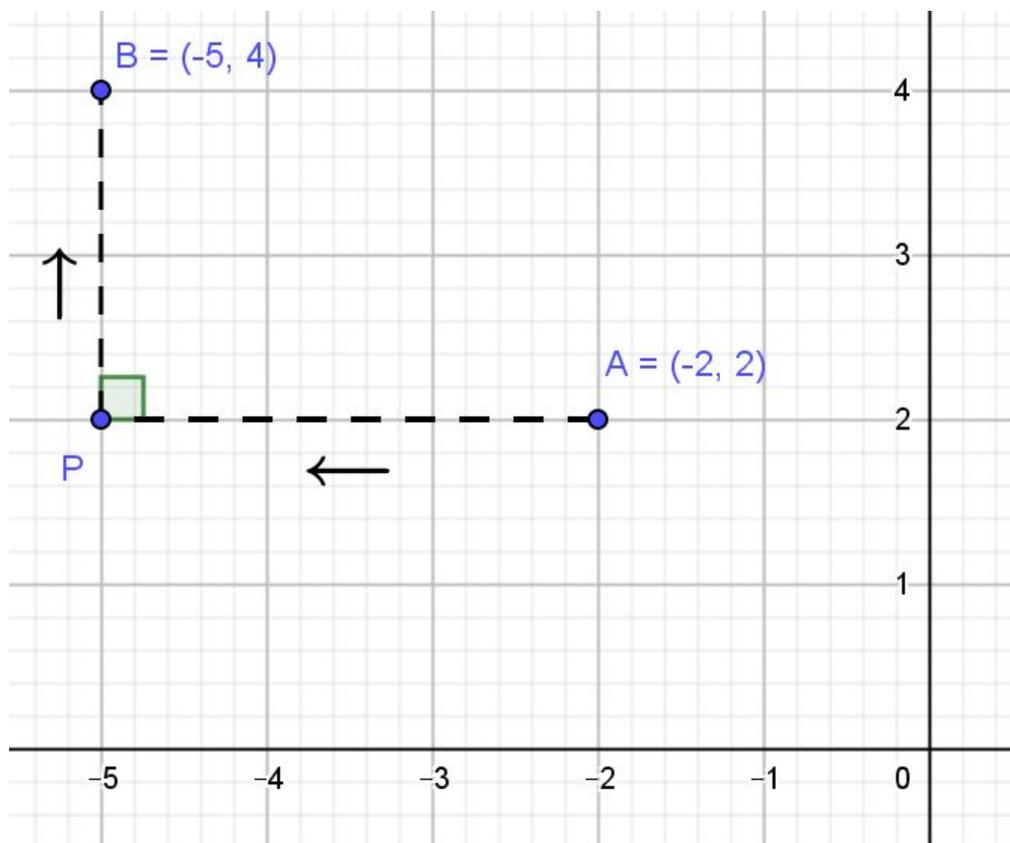
Não, a distância será de $\sqrt{13}$ unidades.

- **Como você calcularia de forma exata essa distância?**

Aplicando o Teorema de Pitágoras.

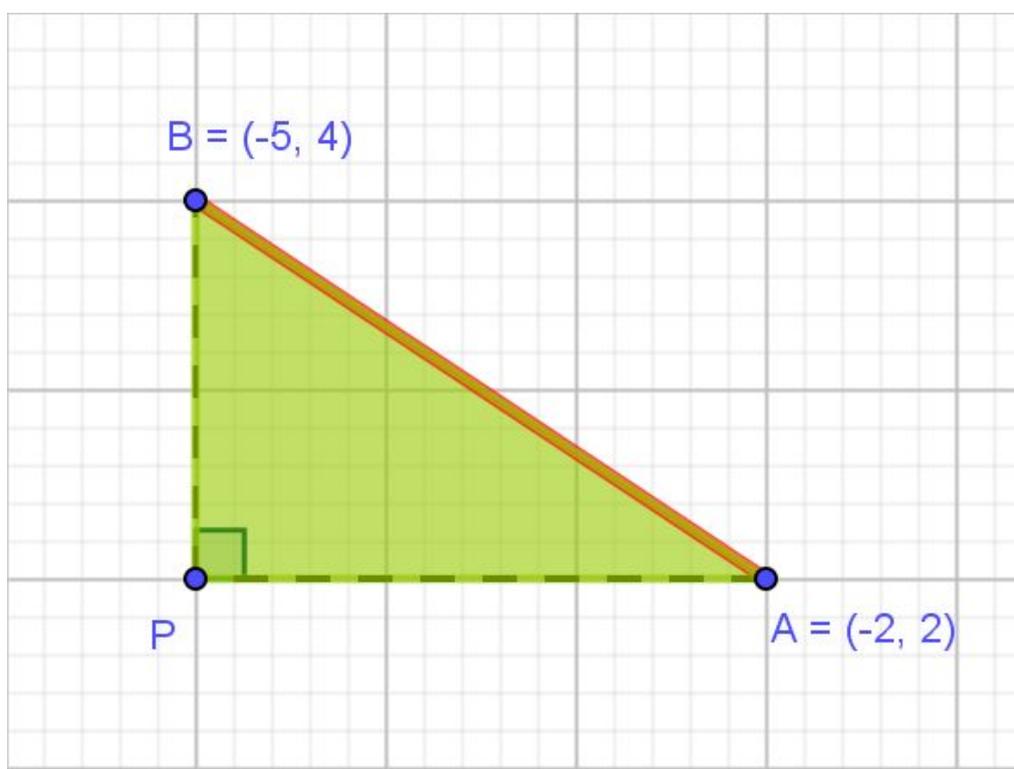
Resolução:

Procedendo como anteriormente, espera-se que os alunos representem os pontos A e B no plano cartesiano, como na figura seguinte, onde o ponto P é a intersecção dos segmentos que representam os deslocamentos na horizontal e vertical, representados pelos segmentos AP e BP, respectivamente :



Pela figura, o ponto **B** tem coordenadas **B(-5,4)**. O deslocamento horizontal e vertical somam 5 unidades. Esse percurso terá comprimento sempre maior que a distância entre os pontos **A** e **B**, pela desigualdade triangular.

A menor distância **d**, entre os pontos **A** e **B**, será dada pelo comprimento do segmento de reta **AB**. A figura abaixo mostra o triângulo retângulo **APB**, onde **AP** e **BP** são catetos e o segmentos **AB** representa a hipotenusa:



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo APB, temos:

$$AP^2 + BP^2 = AB^2 \Rightarrow 3^2 + 2^2 = d^2 \Rightarrow d^2 = 13 \Rightarrow d = \sqrt{13} \text{ unidades}$$