Resolução da Atividade Complementar - MAT9_06ALG08

1) [Atividade em dupla] Crie sua própria sequência de figuras, respeitando algum padrão de formação. Formule duas questões sobre essa sequência e deixe que seu colega responda. Você irá responder às questões sobre a sequência dele e ele irá responder as questões que você formulou. Em seguida, faça a correção das atividades respondidas pelo seu colega.

Resolução:
Essa atividade não possui uma única solução. O aluno irá usar sua criatividade e desenhar a sequência que imaginar. Circule pela sala e ajude os alunos com mais dificuldade nessa criação. Oriente esses alunos a pensarem inicialmente em uma lei de formação qualquer e depois criarem a sequência de figuras. Estimule os alunos a pensarem em padrões quadráticos, para que possam explorar a resolução desse tipo de equação.

Exemplo:

- Lei de formação: $Q_d = p^2 + 2$, onde p representa a posição da figura na sequência e Q_d a quantidade de desenhos diferentes na figura.
- Sequência criada:

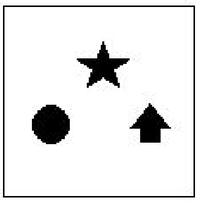


Fig. 1

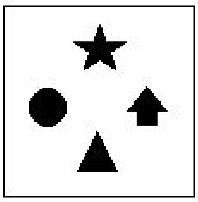


Fig. 2

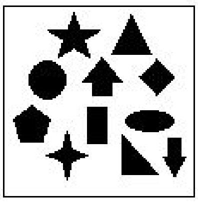


Fig. 3

. . .

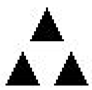
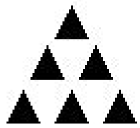
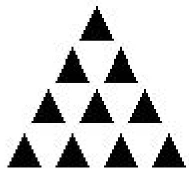
2) Uma sequência é formada por pequenos triângulos que juntos formam uma sequência de figuras triangulares. Essa sequência é dada pela seguinte lei de formação:

$$Q = \frac{p^2 + p}{2},$$

onde *Q* é a quantidade de triângulos na figura e *p* a posição do desenho triangular formado na sequência. Com base nessas informações, desenhe as quatro primeiras figuras dessa sequência ($p \geq 1$) e descubra qual figura possui 91 pequenos triângulos em sua estrutura.

Soluções Possíveis:

Representação das quatro primeiras figuras da sequência.

1ª Figura	2ª Figura	3ª Figura	4ª Figura
$Q_1 = \frac{1^2+1}{2} = 1$	$Q_2 = \frac{2^2+2}{2} = 3$	$Q_3 = \frac{3^2+3}{2} = 6$	$Q_4 = \frac{4^2+4}{2} = 10$
			

Para descobrir qual figura possui 91 pequenos triângulos em sua estrutura, utilizamos a lei de formação em que *Q* = 91, ou seja:

$$91 = \frac{p^2+p}{2}$$.

$(.2)\ 91 = \frac{p^2+p}{2}\ (.2)$ $(-182)\ 182 = p^2 + p\ (-182)$ $p^2 + p\ - 182 = 0$ Coeficientes da equação: a = 1 ; b = 1 ; c = -182 Cálculo do discriminante (Δ): $\triangle = 1^2 - 4.1.(-182)$ $\triangle = 1 + 728 = 729$ Determinado as raízes p_1 e p_2: $p = \frac{-b \pm \sqrt{\triangle}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{729}}{2.1} = \frac{-1 \pm 27}{2}$ $p_1 = \frac{26}{2} = 13 \quad ou \quad p_2 = -\frac{28}{2} = -14$ A incógnita *p* representa a posição da figura triangular na sequência (*p* ≥ 1). Sendo assim, a figura de posição 13º possui em sua estrutura 91 pequenos triângulos.	O aluno utiliza alguma das estratégias de resolução de equações quadráticas (fatoração, método de completar quadrados, soma e produto ou fórmula resolutiva). Nesse caso, apresentaremos a solução pela fórmula resolutiva.
Considerando a lei de formação dada: $Q = \frac{p^2+p}{2}$	O aluno pode fazer algumas tentativas com os números das posições até chegar na quantidade de 91 pequenos triângulos. Por mais que

<table>
<tr>
<td>
Realiza-se algumas tentativas:
<table>
<tr><td>$p = 11$</td><td>$Q = \dfrac{11^2 + 11}{2}$</td><td>$Q = 66$</td></tr>
<tr><td>$p = 12$</td><td>$Q = \dfrac{12^2 + 12}{2}$</td><td>$Q = 78$</td></tr>
<tr><td>$p = 13$</td><td>$Q = \dfrac{13^2 + 13}{2}$</td><td>$Q = 91$</td></tr>
</table>
Portanto, a figura de posição 13º possui 91 pequenos triângulos em sua estrutura.
</td>
<td>ele não resolva algebricamente a equação quadrática, ele faz uso dela, pois é necessário compreender a lei de formação para satisfazer a igualdade.</td>
</tr>
</table>

3) [Desafio] Observe a sequência de figuras abaixo:

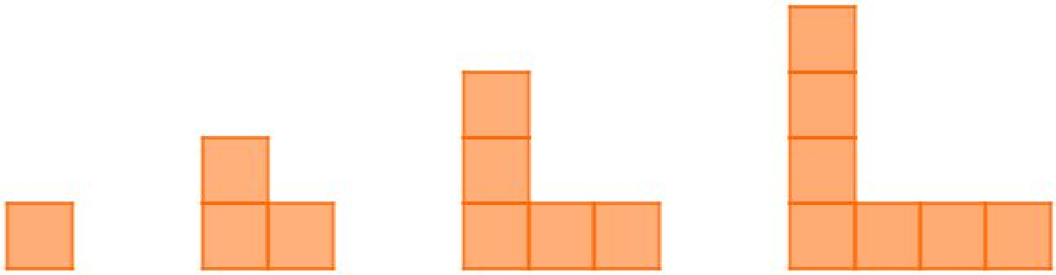


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

(A) Escreva uma lei de formação para representar a quantidade de quadrados em cada figura.

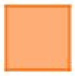
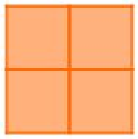
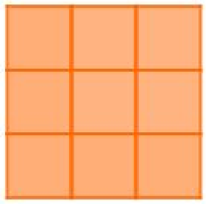
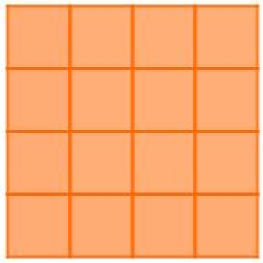
Analisando a quantidade de quadrados em cada figura, temos:
Fig. 1 → 1 quadrado
Fig. 2 → 3 quadrados
Fig. 3 → 5 quadrados
Fig. 4 → 7 quadrados
Percebemos que de uma figura para outra adiciona-se dois quadrados a mais, ou ainda, a sequência é constituída de quadrados com quantidades ímpares (1, 3, 5, 7, ...). Portanto, a lei de formação para a sequência acima pode ter a seguinte representação:

$$\mathbf{Q = 2n + 1},$$

sendo **Q** a quantidade de quadrados em cada figura e **n** a posição da figura na sequência.

(B) Crie uma nova sequência de figuras para representar a soma dos quadrados desenhados das figuras anteriores da sequência dada.

(Exemplo: 1ª figura→ Apenas 1 quadrado; 2ª figura→ 1 + 3 = 4 quadrados e assim por diante).

Soma dos quadrados da 1ª figura	Soma dos quadrados da 1ª e 2ª figura	Soma dos quadrados da 1ª, 2ª e 3ª figura	Soma dos quadrados da 1ª, 2ª, 3ª e 4ª figura
			

(C) Quantas figuras precisam ser adicionadas na sequência dada para que a soma de todos os quadrados possa ser igual a 196?

Observa-se que a sequência da soma é constituída por quadrados perfeitos (1, 4, 9, 16, ...), ou seja, cada figura possui n^2 quadradinhos. Para encontrar qual figura da sequência da soma possui 196 quadradinhos, fazemos:

$$196 = n^2$$
$$n = \pm \sqrt{196}$$
$$n = \pm 14.$$

Logo, a 14º figura da sequência da soma possui 196 quadradinhos que representa a soma de 14 figuras da sequência inicial dada. Como a sequência inicial possui apenas 4 figuras é necessário acrescentar mais 10 figuras na sequência para obter a soma desejada de quadrados.