NOVE, que número é esse?

Em um longínquo passado e em um reinado dominado por monstros, as crianças eram obrigadas a decorar a tabuada. Crianças eram expostas a um mundo onde a repetição dos resultados era uma habilidade substancialmente importante e bastante valorizada. Naquele tempo, fazer cálculos com os dedos era considerado um “método fraudulento” que certamente seria repreendido. Não era difícil encontrar crianças sendo obrigadas a escrever a tabuada por dezenas de vezes e os professores comumente “tomavam a tabuada” dos alunos, e estes deveriam responder “de cor” (ou de cabeça) sob pena de punições diversas.

O uso de tabuadas, remonta aos tempos de Pitágoras de Samos (570 a.C. - 495 a.C.) e tem origem nas tábuas de cálculo utilizadas nas transações comerciais. Entre as técnicas para se multiplicar usando as mãos, há a famosa e simples técnica de multiplicar por 9 usando os dedos das mãos. Por esta técnica, em uma de suas versões, basta utilizar as mãos estendidas e espalmadas com as costas das mesmas viradas para seu rosto. Para obter os múltiplos de 9, conta-se os dedos da esquerda para a direita e, por exemplo, para se obter 9x3, dobra-se o terceiro dedo da esquerda para a direita. Sobram em pé 2 dedos à esquerda do dedo dobrado e 7 dedos à direita. À esquerda do dedo dobrado estão os dedos que representam as dezenas e à direita, as unidades. Neste caso, 20+7=27. Portanto 9x3=27. Simples né?

Está implícito neste procedimento o fato de que a soma dos algarismos na tabuada do 9 é igual a 9. E isso é possível somente com o número 9. Seria o número 9 detentor de algum poder místico/religioso? Esse caráter místico dos números vem de muito tempo e está presente em várias culturas ao longo de toda a História da Matemática. Diz-se que Pitágoras, por exemplo, encontrou muita resistência ao utilizar seu famoso Teorema, por que alguns triângulos teriam lados com medidas irracionais e havia a crença que tais números seriam diabólicos e sinais de azar. Ainda hoje é possível encontrar interpretações diversas para os números e não é raro encontrar interpretações não-matemáticas para algo relacionado aos números.

Para início de conversa, os múltiplos de 9 contém a qualidade de que a soma de seus algarismos também é um múltiplo de 9. Imagine um número de dois dígitos, por exemplo, *ab*. De acordo com nosso sistema posicional, onde *a* está na classe dos decimais e *b* representa as unidades, podemos escrever

$$ab=10a+b=9a+(a+b)$$

Ou seja, para que o número escrito como *ab* seja divisível por 9, basta que *a+b* o seja, já que *9a* já o é. Essa abordagem nessa demonstração, serve de inspiração para se demonstrar diversos fatos a respeito do número 9.

Imagine agora dois números tais que tenham representações invertidas no sistema decimal. No caso de números de dois dígitos teremos *ab* e *ba*. Ao efetuarmos a subtração do maior pelo menor, obtemos um número múltiplo de 9. Duvida? Façamos alguns testes: 71-17=54, que é igual a 9x6 (e 6=7-1). 52-25=27, que é igual a 9x3 (e 3=5-2). Convido-o a ter o prazer em demonstrar este fato. Não precisa começar agora, antes disso, observe mais alguns casos, agora com números com 3 dígitos: 654-456=198 (198=9x22), 731-137=594 (594=9x66) e 821-128=693 (693=9x77). Observe as regularidades e bom trabalho.

No passado remoto onde a tabuada era tomada oralmente dos alunos, havia ainda a “prova dos nove”. Até pouco tempo atrás era comum ouvir a expressão “tirar a prova dos nove” quando se desejava comprovar algo, ainda que fosse desconectado da Matemática. Na prova real convencional, ao se verificar uma conta de adição, por exemplo, é necessária efetuar uma subtração, que é a operação inversa. Ao se efetuar uma adição tal como *a+b=c*, a prova real consiste em verificar se *c-b=a*. Com a prova dos nove, ocorre algo similar. Entretanto a operação de verificação não é feita diretamente com os números envolvidos, mas sim com os “noves fora”. Observe:

*35+12=47*. Para se verificar essa adição utilizando a prova dos nove, faz-se a soma dos algarismos envolvidos no lado esquerdo da igualdade subtraindo-se nove (noves fora) quando o resultado é maior que nove e verifica-se, se esse resultado é o mesmo efetuando os mesmos procedimentos do lado direito.
*35+12 -> 3+5+1+2=11 -> 11-9 (noves fora) =* ***2***
*47 -> 4+7=11 -> 11-9 (noves fora ) =* ***2***
Já que em ambos os membros da igualdade o resultado foi o mesmo, então a adição foi efetuada corretamente.

Esse é o princípio básico, que pode ser replicado às demais operações básicas de subtração, multiplicação e divisão. Observe:
*12x5=60 -> 1+2=****3****; 5=****5*** *-> 3x5 = 15 e 15 noves fora é* ***6****;*
*60 -> 6+0 =* ***6****.*
Já que o resultado coincidiu em ambos os membros da igualdade, então a multiplicação fora feita corretamente.

Para a divisão há que se atentar para o resto da mesma, afinal, está sendo utilizado o algoritmo de Euclides, observe a igualdade que resulta ao se tentar dividir 60 por 11:
*60=5x11 + 5*
*No primeiro membro tem-se 6+0=****6****;*
*No segundo membro tem-se 5=5;11-> 1+1=****2****; logo 5x2 = 10 e 10 noves fora é* ***1****; 1 + 5 (resto) =* ***6****.*
Já que o resultado coincidiu em ambos os membros, então o cálculo fora efetuado corretamente.

Entretanto, a prova dos nove falha. Experimente efetuar a prova dos nove na divisão $120 \div 3 = 43\ (resto\ zero)$. O resultado correto é 40, entretanto a prova dos nove conduziria à conclusão de que o cálculo fora efetuado corretamente. Devido a essa falibilidade da prova dos nove, ela deixou de ser ensinada nas escolas.

De modo geral, todas as características citadas aqui são decorrentes do mesmo fato: nosso sistema decimal. O sistema decimal da forma como é composto faz com que cada algarismo represente, de acordo com seu valor posicional, a quantidade de vezes em que ultrapassamos 9 unidades na posição anterior. Com isso, todo número representado no nosso sistema possui em sua própria representação, uma cadeia de noves. É por isso que há tantas coincidências entre o número e o numeral: as quantidades, representadas em nosso sistema, possuem uma relação intrínseca com suas representações numéricas quando analisadas do ponto de vista dos múltiplos de nove. Veja outros exemplos.

Já discutimos a respeito do critério de divisibilidade por 9, entretanto, um fato curioso mostra que a soma dos algarismos é igual ao resto da divisão por 9. Obviamente, nos casos em que a soma dos algarismos é superior a 9, há a necessidade de novamente se efetuar a soma. Observe: *76* tem soma dos algarismos igual a *13*. Ao se efetuar a soma novamente teremos *1+3=4*. Ou seja, ao efetuarmos a divisão de 76 por 9, esta indicará um resto 4. Verifique!

Tal fato desencadeia outro, que é o fato de que este resto se repete infinitamente quando ocorrem as dízimas periódicas nas divisões por 9. Ainda a respeito da divisão de *76* por *9*, observe:

$$76 \div 9 = 8,444444.....$$

O que nos leva às seguintes igualdades:

$$1 \div 9 = 0,111111.....$$
$$2 \div 9 = 0,22222.....$$
$$5 \div 9 = 0,555555.....$$

E a persistir este raciocínio, pode-se escrever:

$$9 \div 9 = 0,99999.....$$

Mas, por outro lado, $9 \div 9 = 1$, ou seja, podemos escrever *1=0,999999…. (!?)*
Esta última igualdade, é um exemplo do que a diversidade de formas de representação pode causar. De um lado o número inteiro 1, na sua forma tradicional e do outro lado uma representação em forma de dízima periódica que representa o mesmo número.

Outras curiosidades a respeito do número 9 podem ser vistas em algumas multiplicações específicas. Por exemplo, se multiplicarmos o número *12345679* por números que são múltiplos de *9*, o resultado conterá um mesmo algarismo, que coincidentemente ou não, é o fator do número pelo qual está sendo feita a multiplicação. Observe: *12345679x18=222222222,* e *2* é o resultado da divisão de 18 por 9. Experimente com outros múltiplos de 9. Para demonstração, sugere-se observar o que ocorre quando a multiplicação ocorre por 9. Os resultados para outros números vêm como multiplicação desta operação primeira.

Do ponto de vista mitológico e religioso, há alguns motivos para atribuir algumas características não matemáticas ao número nove. Numerólogos dizem, por exemplo, que o 9 representa o “fim de um ciclo e início de outro”. Tal fato estaria, talvez, relacionado à nossa base decimal, visto que o 9 é normalmente o último algarismo quando citamos os algarismos que compõem nosso sistema numérico posicional de base dez (decimal). Ainda são atribuídas ao número 9 características como fraternidade, altruísmo e espiritualidade. Outros atribuem ao 9 a humildade, já que ao se somar o 9 com qualquer outro algarismo e efetuando-se a soma dos algarismos, o resultado será um número que tem soma dos algarismos igual ao outro número. Observe: *9+4=13*, e *1+3=4*.

Outros fatos interessantes podem vir à tona. Uma das mais importantes sinfonias de Ludwig van Beethoven (1770 - 1827) é a Nona Sinfonia, que foi também a sua última, e que, de tão relevante, faz parte do hino oficial da União Européia (UE). Enquanto para os japoneses a pronúncia do 9 é semelhante à pronúncia de expressões como “dor” e “sofrimento”, e por isso tal número é evitado, na China a pronúncia do 9 é similar a “longa duração”. Por esta razão, os casais na China normalmente procuram se casar em datas contendo o número 9, por remeterem à longa duração e fim de um ciclo para início de outro. O tempo de gestação em humanos é de 9 meses, mais um fato que corresponde ao fim de um ciclo e início de outro. Convém lembrar ainda, que recentemente o Brasil alterou a estrutura do Ensino Fundamental para que ele tenha, adivinha, 9 anos!