

Resolução da Atividade Principal - MAT9_06ALG05

O Colégio Trapézio irá organizar um grande Interclasse e por uma questão de tempo foi definido que cada equipe jogará contra todas as outras uma única vez.

(A) Análise e preencha a tabela.

	Número de Equipes	Número de Jogos
	2	1
	3	3
	4	
	5	

Soluções Possíveis:

Por simulação dos jogos:

- Equipes participantes: A e B
Jogo: A x B
- Equipes participantes: A, B e C
Jogos: A x B ; A x C ; B x C
- Equipes participantes: A,B,C e D
Jogos: A x B ; A x C ; A x D ; B x C ; B x D ; C x D
- Equipes participantes: A, B, C, D e E
Jogos: A x B ; A x C ; A x D ; A x E
B x C ; B x D ; B x E ; C x D ; C x E
D x E

Número de Equipes	Número de Jogos
2	1
3	3
4	6
5	10

Nesta solução, os alunos simulam todos os jogos possíveis com a quantidade de equipes que aparecem na tabela. Por fim, contam essas quantidades e preenchem a tabela.

Por análise das possibilidades:

- Equipes participantes: 2
Quantidade de Jogos: $\underline{2} \cdot \underline{1} \div 2 = 1$.

Aqui, o aluno compreende que cada equipe joga com todas as outras exceto ela mesma e para representar

- Equipes participantes: 3
Quantidade de Jogos: $\underline{3} \cdot \underline{2} \div 2 = 3$
- Equipes participantes: 4
Quantidade de Jogos: $\underline{4} \cdot \underline{3} \div 2 = 6$
- Equipes participantes: 5
Quantidade de Jogos: $\underline{5} \cdot \underline{4} \div 2 = 10$

Número de Equipes	Número de Jogos
2	1
3	3
4	6
5	10

essa quantidade ele multiplica o número de equipes por este mesmo número menos 1. Em seguida, observa que cada jogo está sendo contado duas vezes e para corrigir este erro divide o resultado por 2.

(B) Encontre uma expressão para relacionar o número de jogos com o número de equipes.

Solução Possível

Inicialmente, representa o número de jogos e o número de equipes por alguma letra. Neste caso, consideramos:

J = Número de jogos

E = Número de equipes

Em seguida, representa a quantidade de jogos em função do número de equipes:

$$J = \frac{E \cdot (E - 1)}{2}$$

O aluno analisa a resposta do item anterior para que seja possível generalizar o cálculo que foi feito.

(C) De acordo com o número de inscrições para o Interclasse a coordenação do colégio calculou que seriam ao todo 91 jogos. Qual o número de equipes participantes nesse Interclasse? Justifique sua resposta.

Soluções Possíveis:

Para $J=91$, tem-se a seguinte equação:

$$91 = \frac{E \cdot (E - 1)}{2}$$

Multiplica-se os membros da equação

Nesta solução, o aluno identifica a equação quadrática a partir da expressão do item anterior e segue a resolução da equação, para obter o valor de E (número de equipes), pelo

<p>por 2 e realiza a distributiva para obter a equação quadrática:</p> $\begin{aligned} (-182) 182 &= E^2 - E (-182) \\ E^2 - E - 182 &= 0. \end{aligned}$ <p>Resolução pelo método da fatoração</p> $\begin{aligned} E^2 - 1E - 182 &= 0 \\ (E + a)(E + b) &= 0 \\ E^2 + (a + b)E + ab &= 0 \\ a + b &= -1 \text{ e } ab = -182 \end{aligned}$ <p>Fatorando o número 182, obtém-se $182 = 2 \cdot 7 \cdot 13$ Logo, para obter $a+b = -1$ e $a \cdot b = -182$, podemos considerar na multiplicação de a por b a combinação: $-(2 \cdot 7) \cdot (13) = -182$ $-14 \cdot 13 = -182$</p> <p>Sendo assim, temos que a = -14 e b = 13</p> $\begin{aligned} E^2 - 1E - 182 &= 0 \\ (E + a)(E + b) &= 0 \\ (E - 14)(E + 13) &= 0 \end{aligned}$ <p>De acordo com a propriedade do produto nulo, as raízes da equação são</p> $E = 14 \text{ ou } E = -13.$ <p>Logo, o interclasse possui 14 equipes.</p>	<p>método da fatoração.</p>
<p>Para $J = 91$, tem-se a seguinte equação:</p> $91 = \frac{E \cdot (E - 1)}{2}.$ <p>Multiplica-se os membros da equação por 2 e realiza a distributiva para obter a equação quadrática:</p> $\begin{aligned} (-182) 182 &= E^2 - E (-182) \\ E^2 - E - 182 &= 0. \end{aligned}$ <p>Resolução pelo método de completar quadrados</p> $\begin{aligned} (.4) E^2 - E - 182 &= 0 (.4) \\ 4E^2 - 4E - 728 &= 0 \\ (+729) (2E)^2 - 2 \cdot (2E) \cdot 1 - 728 &= 0 (+729) \end{aligned}$	<p>Aqui, o aluno também identifica a equação quadrática, porém resolve a equação pelo método de completar quadrados.</p>

$(2E)^2 - 2.(2E).1 + 1 = 729$ $(2E - 1)^2 = 729$ $2E - 1 = +\sqrt{729} \quad 2E - 1 = -\sqrt{729}$ $(+1) 2E - 1 = 27 (+1) \quad (+1) 2E - 1 = -27 (+1)$ $(\div 2) 2E = 28 (\div 2) \quad (\div 2) 2E = -26 (\div 2)$ $E = 14 \quad E = -13$ <p>Logo, o interclasse possui 14 equipas.</p>	
<p>Para $J = 91$, tem-se a seguinte equação:</p> $91 = \frac{E.(E - 1)}{2}$ <p>Multiplica-se os membros da equação por 2 e realiza a distributiva para obter a equação quadrática:</p> $(-182) 182 = E^2 - E (-182)$ $E^2 - E - 182 = 0.$ <p>Resolução pela fórmula resolvente da equação quadrática</p> $E^2 - E - 182 = 0$ <p>$a = 1$; $b = -1$; $c = -182$</p> $\Delta = b^2 - 4.a.c$ $\Delta = (-1)^2 - 4 . 1 . (-182)$ $\Delta = 1 + 728$ $\Delta = 729$ $E = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{729}}{2.1} = \frac{1 \pm 27}{2}$ $E = \frac{1 + 27}{2} = \frac{28}{2} = 14$ <p>ou</p> $E = \frac{1 - 27}{2} = \frac{-26}{2} = -13$ <p>Logo, o interclasse possui 14 equipas.</p>	<p>Nesta solução, o aluno identifica a equação quadrática e seus coeficientes para resolvê-la pela fórmula resolvente. Primeiro calcula o valor do discriminante Δ (delta) e em seguida, determina as raízes da equação.</p>
<p>Por tentativa:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Para $E = 10$, temos $J = \frac{10.(10 - 1)}{2} = \frac{90}{2} = 45$ <ul style="list-style-type: none"> • Para $E = 12$, temos $J = \frac{12.(12 - 1)}{2} = \frac{132}{2} = 66$	<p>O aluno pode simplesmente tentar diversos números de equipas até chegar no valor de 91 jogos. Neste caso, peça que ele explique o que considerou para realizar as tentativas e questione se ele usaria a mesma estratégia se fosse para um número muito grande de jogos. Oriente o</p>

- Para $E = 14$, temos

$$J = \frac{14 \cdot (14 - 1)}{2} = \frac{182}{2} = 91$$

mesmo a considerar outras estratégias possíveis para essa solução, como a resolução de equações quadráticas.