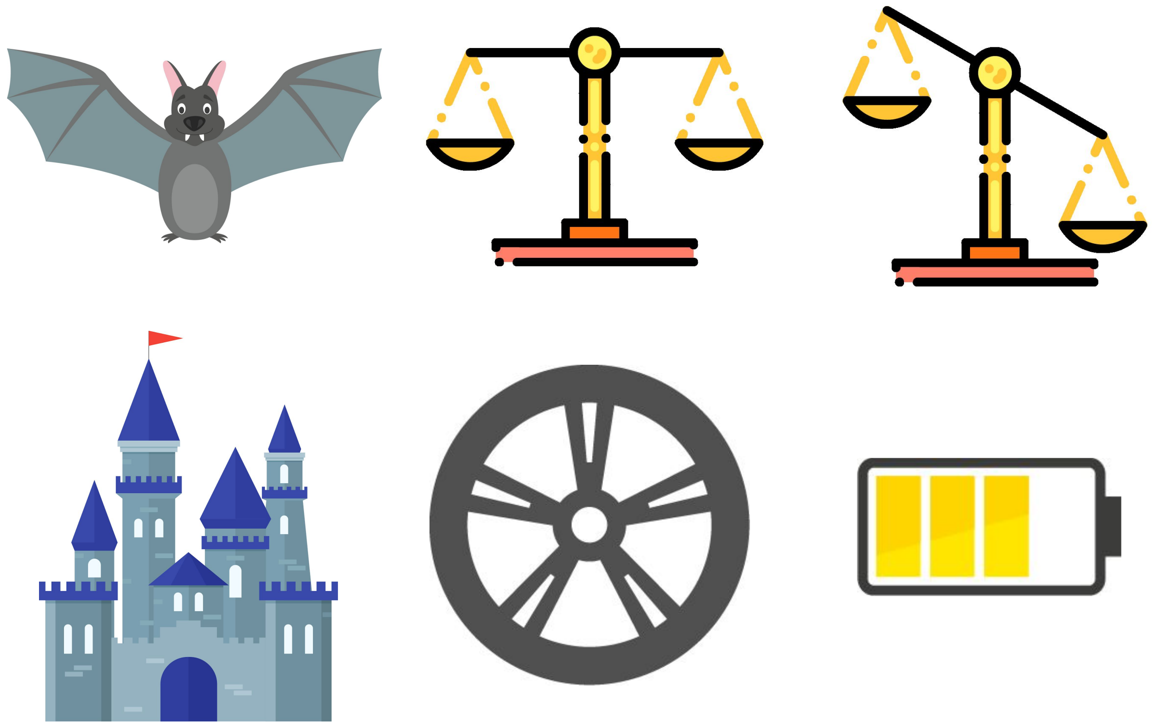
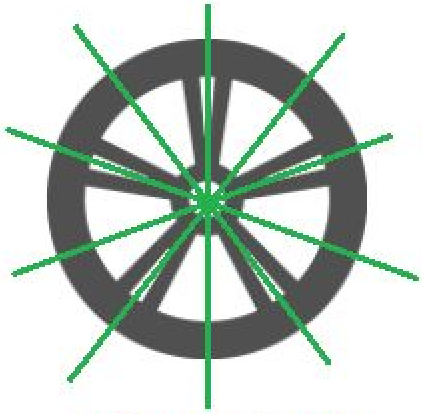
Resolução da atividade complementar - MAT8_15GEO09

1) As figuras mostradas a seguir possuem eixo(s) de simetria? Se sim, trace-o(s).

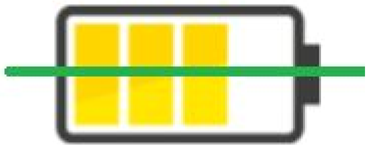


Resposta: *Para resolver essa atividade, o aluno precisa lembrar que um segmento é um eixo de simetria se divide a figura original em duas figuras congruentes e espelhadas em relação ao eixo. Desta forma, o castelo e a balança com os pratos inclinados não possuem eixos de simetria.*

não possui eixos de simetria



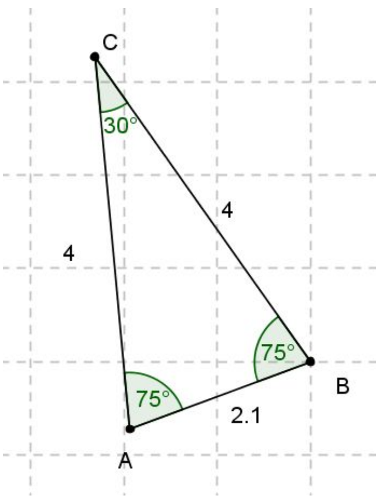
5 eixos de simetria



1 eixo de simetria

2) Em cada item, se possível, trace os eixos de simetria da figura e explique por que as figuras determinadas por tal eixo são congruentes.
Obs: as medidas dos lados fornecidos estão em centímetros.

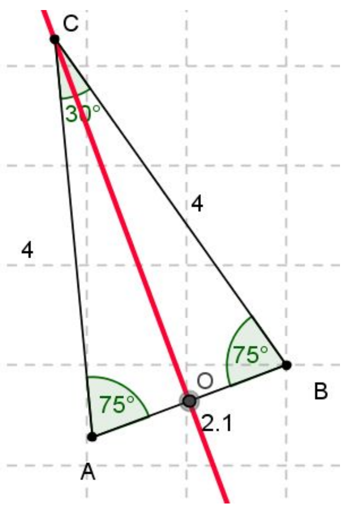
a)



Resolução 1: *Trace uma reta que passe pelo vértice C e pelo ponto médio O do lado AB (reta que contém a mediana do lado AB).*

*Como os triângulos ACO e BCO possuem lados de mesma medida (AC = BC = 4 cm, AO = BO porque O é ponto médio de AB e OC é lado comum) pelo caso **LLL** de congruência de triângulos podemos afirmar que eles são congruentes.*

Logo, os lados e ângulos destes triângulos são iguais e, como estão espelhados em relação à reta OC traçada, podemos garantir que a reta

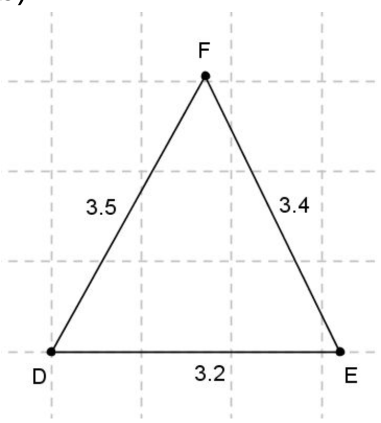


traçada é um eixo de simetria.

Resolução 2: *Trace a bissetriz do ângulo ACB e chame de O a interseção da bissetriz e do lado AB.*
*Como os triângulos ACO e BCO possuem dois lados de mesma medida (AC = BC = 4 cm e OC é lado comum) e um ângulo de 15º entre eles (já que a reta traçada é bissetriz) pelo caso **LAL** de congruência de triângulos podemos afirmar que eles são congruentes.*

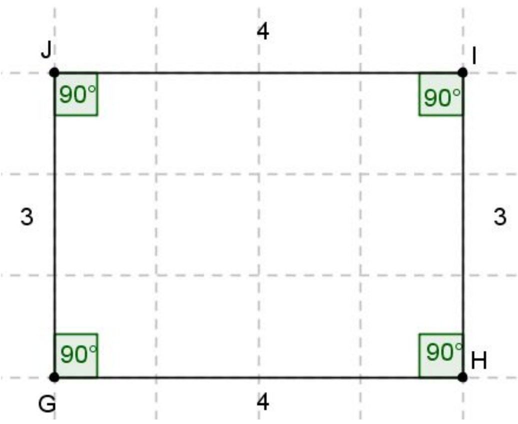
Logo, os lados e ângulos destes triângulos são iguais e, como estão espelhados em relação a reta OC traçada, podemos garantir que ela é um eixo de simetria.

b)



Como esse triângulo possui três lados de diferentes medidas e, consequentemente, três ângulos de diferentes medidas (triângulo escaleno), ele não possui eixos de simetria. Nesse caso, é importante que o aluno fique atento às medidas fornecidas, pois a análise feita apenas pela percepção visual pode gerar o equívoco de achar que esse triângulo possui eixos de simetria por se assemelhar a um triângulo equilátero.

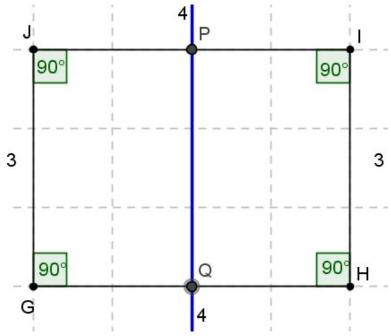
c)



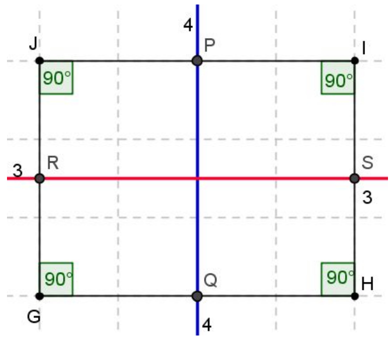
Eixo de simetria 1: *Trace a reta paralela à GJ que passa pelos pontos médios de JI e GH, denominados P e Q, respectivamente.*

Como PQ//GJ//IH, podemos afirmar que PQ também é perpendicular a JI e GH.

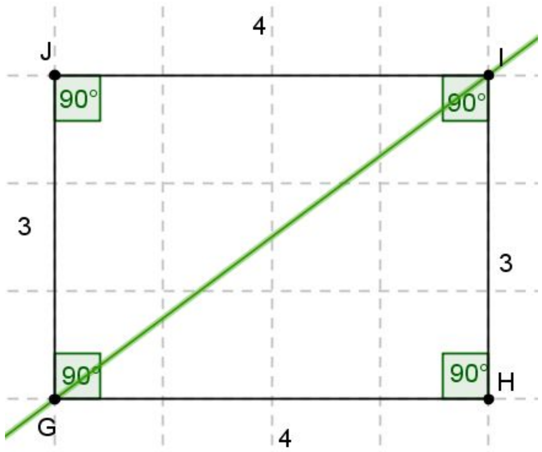
Logo, GQPJ e PQHI são retângulos congruentes de lados 3 e 2 cm e como estão espelhados em relação à reta PQ traçada, podemos garantir que a PQ é um eixo de simetria.



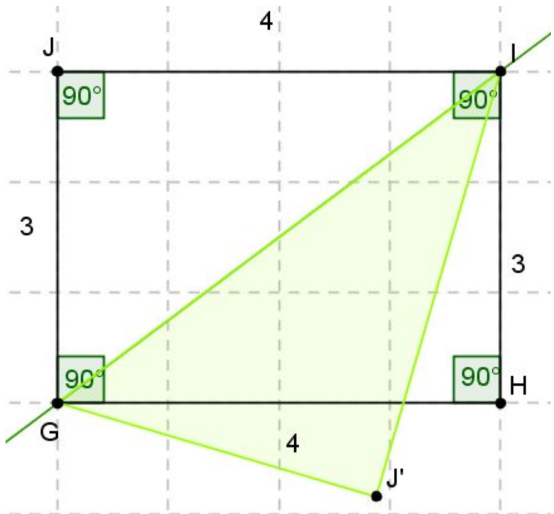
Eixo de simetria 2: *Trace a reta paralela à JI que passa pelos pontos médios de JG e IH, denominados R e S, respectivamente, e repita o argumento apresentado para o eixo de simetria PQ.*



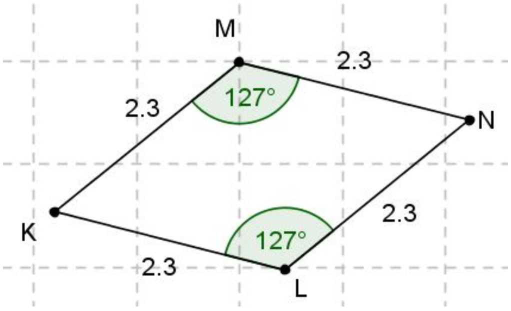
Observação: Nos retângulos (que não são quadrados), cada diagonal também divide a figura em dois triângulos congruentes (o que pode ser provado pelo caso LLL ou pelo caso LAL), mas a diagonal não se caracteriza como um eixo de simetria porque os triângulos congruentes não ficam espelhados em relação à diagonal.



Δ GJI ≅ Δ IHG

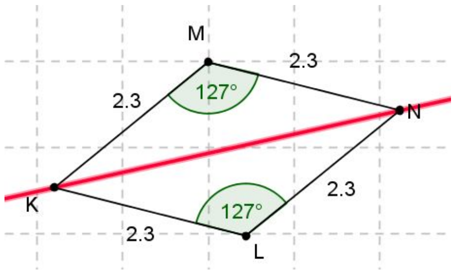


a reflexão do triângulo GJI em relação à diagonal GI (Δ GJ'I) não corresponde ao triângulo IHG d)



Eixo de simetria 1: *Trace a diagonal KN.*

Como os triângulos KMN e NLK possuem dois lados de 2,3 cm e um ângulo de 127º entre eles pelo caso ***LAL*** *de congruência de triângulos podemos afirmar que eles são congruentes.*

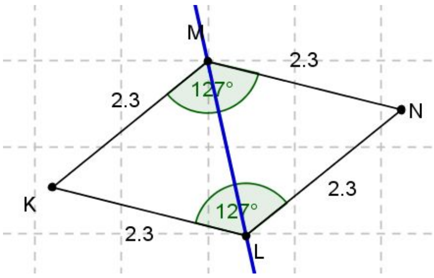


Também é possível justificar a congruência pelo caso ***LLL****, pois esses dois triângulos possuem dois lados de 2,3 cm e o lado KN em comum.*

Como os lados e ângulos destes triângulos são iguais e os triângulos estão espelhados em relação à reta KN traçada, podemos garantir que a KN é um eixo de simetria.

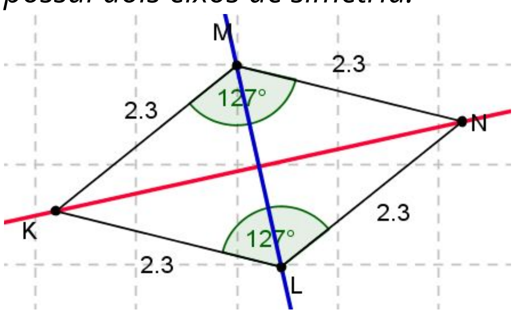
Eixo de simetria 2: *Trace a diagonal ML.*

Como os triângulos KML e NLM possuem lados de mesma medida (KM = MN = NL = LK = 2,3 cm e ML é lado comum) pelo caso ***LLL*** *de congruência de triângulos podemos afirmar que eles são congruentes.*



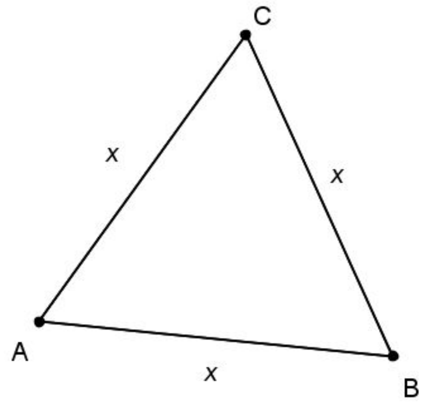
Logo, os lados e ângulos destes triângulos são iguais e, como estão espelhados em relação à reta ML traçada, podemos garantir que a ML é um eixo de simetria.

Conclusão: esse losango possui dois eixos de simetria.

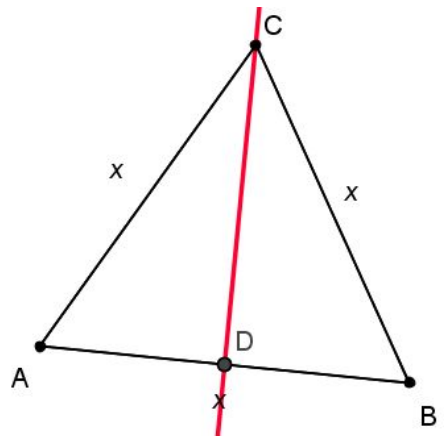


[Desafio] Explique por que um triângulo equilátero sempre possui três eixos de simetria. Utilize os critérios de congruência de triângulos para justificar a congruência entre triângulos.

Seja ABC um triângulo equilátero e considere x a medida de seus lados.

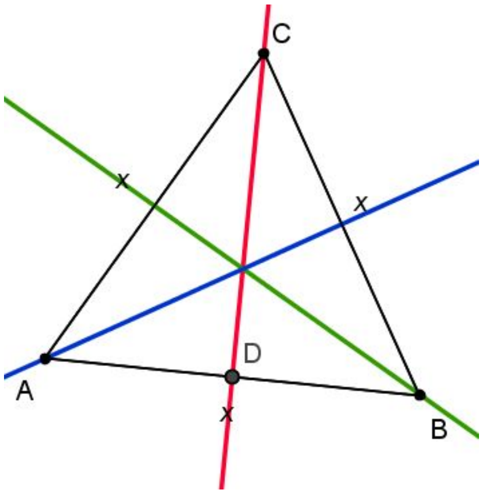


Trace a reta que passa pelo ponto C e pelo ponto médio D do lado AB, ou seja, a reta que contém a mediana de AB.



Como os triângulos ACD e BCD possuem três lados de mesma medida (AC = BC = x, AD = DB = x/2 e CD é comum), pelo caso ***LLL*** *podemos garantir que esses triângulos são congruentes.*
Com isso, garantimos que os ângulos CDA e BDC são retos, pois são ângulos congruentes que somam 180º.
Além disso, como AD = DB, A, D e B são colineares e AB é perpendicular a CD, sabemos que A e B são simétricos em relação à CD, provando que os triângulos CAD e CBD são simétricos em relação à CD, ou seja, que CD é eixo de simetria de ABC.

Como esse triângulo é equilátero, a reta que passa por A e pelo ponto médio da BC e a reta que passa por B e pelo ponto médio de AC são eixos de simetria pelo mesmo argumento.



Obs: o ponto de encontro das medianas é chamado baricentro do triângulo, um dos pontos notáveis dos triângulos. O baricentro possui a propriedade de dividir cada mediana na razão 2 para 1 e representa o centro de massa do triângulo.