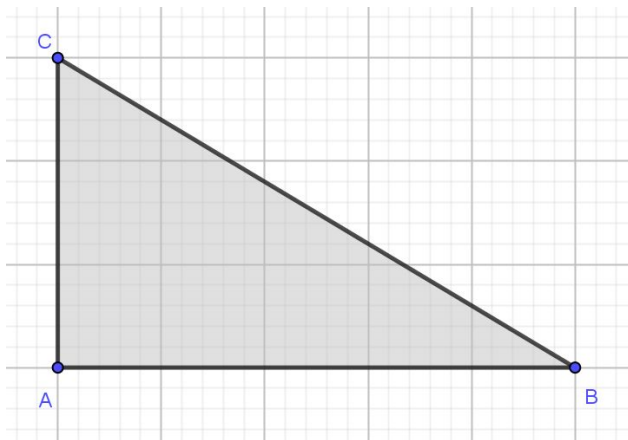


Resolução Atividade Principal - MAT9_15GEO_03

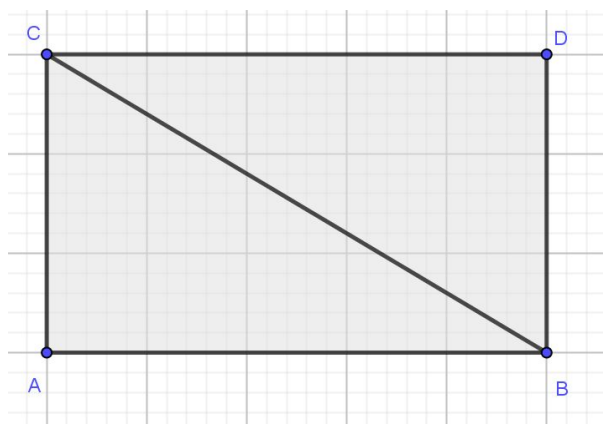
Vamos construir um quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo ABC, utilizando somente triângulos congruentes ao triângulo dado.

Siga os passos seguintes na construção em malha quadriculada:

- Na malha abaixo, desenhe um triângulo retângulo com catetos medindo 5 e 3 unidades respectivamente:

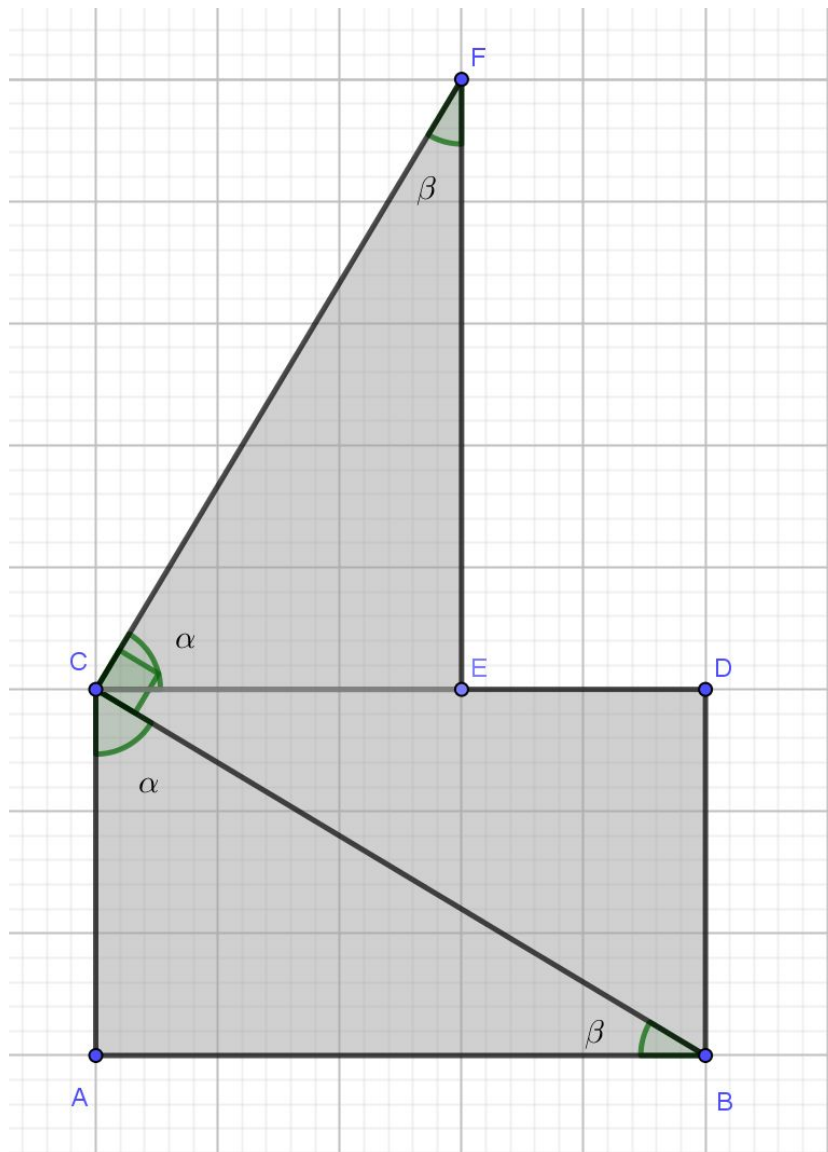


- A partir do triângulo ABC anterior, construa um retângulo ABDC, de modo que a hipotenusa BC seja a diagonal deste retângulo.

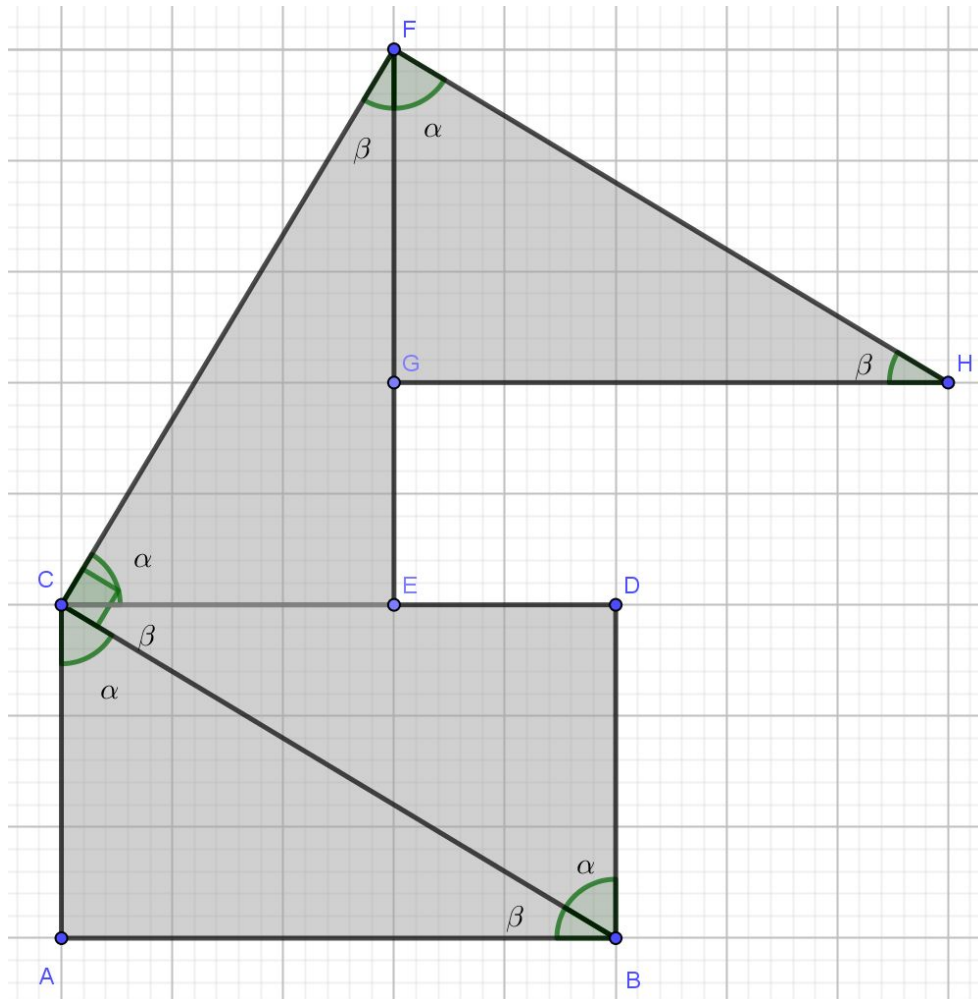


- A partir do vértice C, construa um triângulo CEF, congruente ao triângulo anterior, de modo que o cateto menor fique sobre o lado CD do retângulo e o ângulo \widehat{FCB} seja reto.

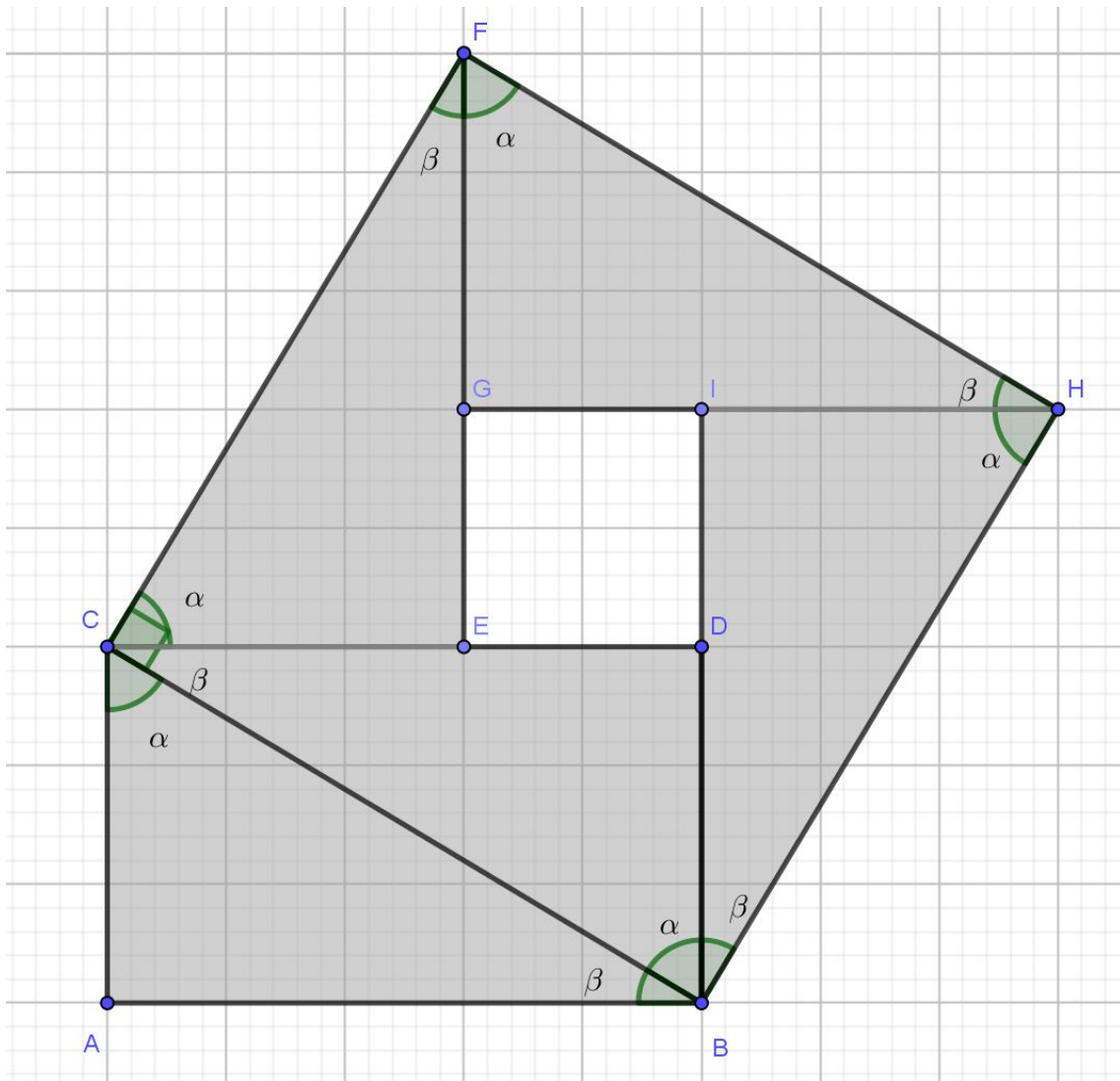
A figura abaixo mostra essa primeira etapa da construção. O ângulo \widehat{FCB} é reto, pois é formado pela soma dos dois ângulos internos de um triângulo retângulo, logo são complementares, uma vez que os triângulos ABC e DEF são congruentes pelo caso LAL.



- Proceda como anteriormente. A partir do vértice F, construa um triângulo FGH, congruente ao triângulo CEF, de modo que o cateto menor fique sobre o cateto EF e no vértice F tenhamos um ângulo reto. A figura a seguir mostra o que se espera que os alunos construam:



- A partir do vértice H, construa um triângulo HIB, congruente aos anteriores. A figura abaixo mostra a solução esperada:



- O quadrilátero interno DEGI é um quadrado? Qual sua área?

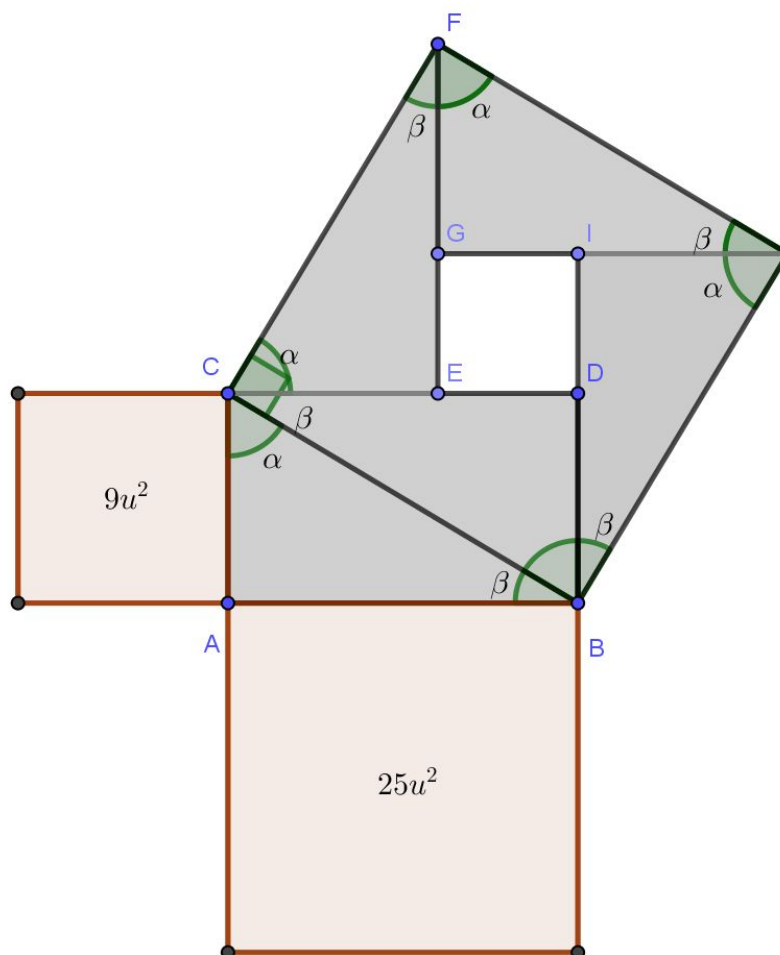
Sim, uma vez que os ângulos nos vértices C, E, I e G são retos e os lados têm todas medidas iguais, dadas pela diferença entre os dois catetos, ou seja, 02 unidades. A área é de $4u^2$.

- O quadrilátero BDFH é um quadrado? Qual sua área?

Sim, pois possui os 4 ângulos retos e os 4 lados paralelos e com mesma medida. Sua área é dada pela soma da área dos 4 triângulos retângulos congruentes com a área do quadrado interno CEGL. Veja:

$$S(BDFH) = 4 \cdot \frac{5 \times 3}{2} + 2^2 \Rightarrow S(BDFH) = 34 u^2.$$

- Construa sobre os catetos AB e AC dois quadrados, tendo os lados coincidente com cada cateto, respectivamente. A figura abaixo mostra a construção solicitada:



- Qual a área de cada um dos dois quadrados?

Como os lados medem $3u$ e $5u$, a área de cada será de $9u^2$ e $25u^2$, respectivamente.

- O que você percebe? Há alguma relação?

Neste ponto é crucial que os alunos percebam que a área do quadrado sobre a hipotenusa pode ser obtida de forma direta pela soma das duas áreas sobre os catetos, ou seja:

$$34u^2 = 9u^2 + 25u^2$$

- Como você escreveria esta relação para um triângulo retângulo de catetos com medidas **b** e **c**, respectivamente, e hipotenusa medindo **a** unidades de comprimento?

*A partir da relação numérica deduzida acima, espera-se que os alunos possam generalizá-la com as medidas **a**, **b** e **c** dadas, da seguinte forma:*

$$a^2 = b^2 + c^2$$