

Planos de aula / Matemática / 8º ano / Álgebra

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$

Por: CAROLINA MOURA BRASIL CARNEIRO DA SILVA / 27 de Março de 2018

Código: **MAT8_13ALG04**

Sobre o Plano

Este plano de aula foi elaborado pelo Time de Autores NOVA ESCOLA

Autor: Carolina Moura Brasil Carneiro da Silva

Mentor: Emiliano Augusto Chagas

Especialista de área: Sandra Regina Correa Amorim

Habilidade da BNCC

EF08MA09 - Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Objetivos específicos

1. Resolver uma equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2=b$.
2. Representar um problema a partir de uma equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
3. Reconhecer diferentes resoluções de uma equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Conceito-chave

Equação polinomial do 2º grau.

Recursos necessários

Lápis, borracha, caderno.

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$

Materiais complementares

-  **Documento**
Atividade Principal
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/dbXqUJjpAnSMXnz5PmH8BAw8C375UnpBcusufTmUSJbEUHp9KKnnRHhhW8w2/ativaula-mat8-13alg04.pdf>
-  **Documento**
Raio X
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/6DhRhkjbbmDQtGf2kFyQ9nB8rf7W9KCs7VquZPHRkbnGDCHJtunvHEV5FBdz/ativraiox-mat8-13alg04.pdf>
-  **Documento**
Atividade Complementar
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/J5EsUF3ztza9BZVc5YmeBpF3N2UX73UJmMWh5R6aXXeDevA8rVs4svHjWMfv/ativcomp-mat8-13alg04.pdf>
-  **Documento**
Resolução da Atividade Principal
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/AhvQQYS3EnXgusDhGdYJzybwT66UKvUmMNzeSkKDjm8jFqQST8EdaC2pcFbN/resol-ativaula-mat8-13alg04.pdf>
-  **Documento**
Guia de Intervenção
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/Svm84WxaAgg2cVj8qgTBzV7qUCrw73Dy2dJ9ZGzTqQ7SDurSm29epY499xzx/guiainterv-mat8-13alg04.pdf>
-  **Documento**
Resolução do Raio X
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/Bcy9m6bcq9sWvskzana8JbVFWZTVf8PryNFC27WmyV5CHPYyCxKyrWJPnW8N/resol-ativraiox-mat8-13alg04.pdf>
-  **Documento**
Resolução da Atividade Complementar
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/7yJW29DVtWUCdeC7bwfHpd8pkS8G74ZBQp69CSH5kGB7nAjVV5bYHDz4G9ay/resol-ativcomp-mat8-13alg04.pdf>

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$

Slide 1 Resumo da aula

Orientações: Este slide não é um substituto para as anotações para o professor e não deve ser apresentado para os alunos. Trata-se apenas de um resumo da proposta para apoiá-lo na aplicação do plano em sala de aula.

Orientação: Leia atentamente o plano inteiro e as anotações para o professor. Busque antecipar quais questões podem surgir com a sua turma e preveja adequações ao nível em que seus alunos estão. Compartilhe o objetivo da aula com os alunos antes de aplicar proposta.

Na aba “Sobre o plano”, confira os conhecimentos que sua turma já deve dominar para seguir essa proposta.

Se quiser salvar o plano no seu computador, faça download dos slides na aba “Materiais complementares”. Você também pode imprimi-lo clicando no botão “imprimir”.

Atividades	Objetivo principal	Ação principal	Tempo sugerido
Aquecimento	Relembrar propriedade de raiz quadrada.	Apresentar a inexistência da raiz quadrada de um número negativo.	3 min.
Atividade	Reconhecer e identificar situações em que a equação possua uma ou nenhuma solução.	Resolver diferentes equações na forma $ax^2=b$.	10 min.
Painel de soluções	Discutir a existência ou não de soluções de uma equação na forma $ax^2=b$.	Classificar casos semelhantes, agrupando-os de acordo com as suas resoluções.	20 min.
Sistematização do Conceito	Fazer uma síntese do que foi aprendido em aula	Compilar os casos semelhantes e apresentar diferenças.	4 min.
Encerramento	Buscar levantar hipóteses para diferentes possibilidades que não foram exibidas nesta aula.	Questionar a existência de outras situações.	2 min.
Raio X	Buscar o desenvolvimento de uma postura crítica frente a solução de um problema para definir o número de soluções da equação.	Elaborar e resolver um problema envolvendo uma equação na forma $ax^2=b$	10 min.

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$

Slide 2 Objetivo

Tempo sugerido: 1 minuto.

Orientação: Projete ou leia o objetivo para a turma.

Propósito: Compartilhar o objetivo da aula.

Objetivo: Reconhecer casos em que não é possível encontrar duas soluções em uma equação do tipo $ax^2=b$.

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$

Slide 3 Aquecimento

Tempo sugerido: 3 minutos.

Orientações: Não apresente a solução à primeira vista. Pergunte aos alunos para que eles façam um resgate da igualdade do quadrado de um número e de seu oposto.

Propósito: Relembrar um conteúdo chave para a aula.

Existe a raiz quadrada de um número negativo?

Por exemplo: Qual seria a raiz quadrada de -9?

Para responder a essa pergunta, precisamos pensar no número que elevado ao quadrado seja igual a -9.

Lembramos que se um número for positivo, o seu quadrado também será. Além disso, o quadrado de um número negativo também será positivo.

Por isso não temos a raiz quadrada de um número negativo.

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$

Slide 4 Atividade principal

Tempo sugerido: 10 minutos.

Orientação: Peça que os alunos leiam o que deve ser feito e expliquem uns aos outros o que deve ser feito.

Propósito: Resolver uma equação na forma $ax^2=b$ de forma que a solução não seja tão simples quanto antes.

Materiais complementares para impressão:

[Atividade Principal](#)

[Resolução da Atividade Principal](#)

[Guia de intervenção](#)

Imagine o que pode acontecer em cada uma das situações possíveis para o caso a seguir:



Sorteie dois dos cartões acima.

Determine qual será o número que elevado ao quadrado e multiplicado pelo número do primeiro cartão será igual ao segundo cartão.

nova
escola

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$ **Slide 5 Discussão de soluções**

Tempo sugerido: 20 minutos. (slides 5 a 7)

Orientações: Pergunte aos alunos o que deveria acontecer para que a equação seja considerada verdadeira. Neste momento os alunos podem trazer diferentes justificativas. É preciso estar atento para validar um argumento válido e questionar um argumento inválido. Pergunte se essa equação é como as outras e possui 2 soluções. Uma possibilidade é que ele diga que as soluções são 0 e -0. Pergunte a ele quanto é -0. Ele dirá que é o próprio zero, então ele só teria uma resposta, pois a outra seria igual (além de não ter um -0).

Propósito: Apresentar soluções não triviais.

Caso possível número 1:

Existem duas situações em que acontecem a mesma coisa.

Observe:

$$8x^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{0}{8}$$

$$x^2 = 0$$

$$-2x^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{0}{-2}$$

$$x^2 = 0$$

Precisamos saber qual número que elevado ao quadrado é igual a zero. Nestes dois casos, como o zero é neutro, não existem duas soluções.

A única solução possível é:

$$x = 0$$

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$ **Slide 6 Discussão de soluções**

Tempo sugerido: 20 minutos. (slides 5 a 7)

Orientações: Levante questionamentos sobre a possibilidade de um número elevado ao quadrado ser negativo. Retome a propriedade da potência par de um número inteiro.

Propósito: Apresentar soluções não triviais.

Caso possível número 2:

Em ambos os casos a seguir, teremos a seguinte situação:

$$-2x^2 = 8$$

$$x^2 = \frac{8}{-2}$$

$$x^2 = -4$$

$$8x^2 = -2$$

$$x^2 = \frac{-2}{8}$$

$$x^2 = -\frac{1}{4}$$

Agora, vamos procurar um número que, elevado ao quadrado seja igual a um número negativo. Entretanto, isso não acontece em nenhum caso.

Ou seja, esta é uma situação em que não existe nenhum número real que satisfaça a equação.

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$

Slide 7 Discussão de soluções

Tempo sugerido: 20 minutos. (slides 5 a 7)

Orientações: Pergunte se existe algum valor para x que satisfaça a situação. Será que existe um número que multiplicado por 0 seja igual a 8 ou -2? Caso eles respondam que não, peça para eles justificarem. Caso contrário, ou seja, caso eles digam que existe algum número que torne a equação verdadeira, peça para eles testarem.

Propósito: Apresentar soluções não triviais.

Caso possível número 3:

Observe essas duas últimas situações

$$0x^2 = 8$$

$$0x^2 = -2$$

Neste caso, se fosse possível encontrar um valor de x que resolvesse a equação, estaríamos dizendo que as igualdades abaixo seriam possíveis:

$$0 = 8$$

$$0 = -2$$

Isso aconteceria porque ao substituir o valor de x encontrado na equação, encontraríamos uma igualdade que não é verdade.

Desta forma, uma equação deste tipo é uma equação impossível.

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$ **Slide 8 Sistematização do conceito**

Tempo sugerido: 4 minutos.

Orientações: Relembre cada um dos casos e peça para eles tentarem explicar o que acontece em cada caso.

Propósito: Fazer uma síntese do que foi dito durante a aula.

Nesta aula vimos que nem sempre é possível encontrar duas soluções para uma equação na forma $ax^2=b$:

Caso 1:

$$ax^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Única solução

Caso 2:

$$ax^2 = b$$

$$x^2 = \frac{b}{a}$$

$$\text{Quando } \frac{b}{a} < 0$$

Não existe solução

Caso 3:

$$0x^2 = b$$

Quando $b \neq 0$

Não existe solução

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$

Slide 9 Encerramento

Tempo sugerido: 2 minutos.

Orientações: Essa pergunta deve ser feita pensando em tentar fazer com que eles se lembrem sobre o que foi feito em problemas contextualizados anteriormente, onde só havia uma opção como resposta, uma vez que o contexto não permitia uma resposta negativa.

Propósito: Questionar sobre diferentes possibilidades.

Será que essas são as únicas situações em que uma equação na forma $ax^2=b$ não possui duas soluções?



nova
escola

Resolução de uma equação na forma $ax^2=b$

Slide 10 Raio X

Tempo sugerido: 10 minutos.

Orientações: O objetivo desse raio x é de tentar fazer com que eles elaborem um problema que pode ser do cotidiano, trazendo diferentes situações onde apareçam duas soluções, uma ou nenhuma.

Propósito: Elaborar problemas envolvendo equação na forma $ax^2=b$.

Materiais complementares para impressão:

[Raio X](#)

[Resolução do raio x](#)

[Atividade complementar](#)

[Resolução da atividade complementar](#)

Elabore um problema que possa ser resolvido a partir da resolução de uma equação na forma $ax^2=b$, e depois discuta quantas são as soluções possíveis e por que.

1- Considere os conjuntos $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{0,1,2\}$ e a equação $ax^2 = b$. Se o coeficiente a for um número do conjunto A e o coeficiente b for um número do conjunto B , escreva todas as equações $ax^2 = b$ possíveis se $b < a$, obtendo suas respectivas respostas.

2- Considere que você possui três cartões na mesa, um com o número zero, outro com o número -1 e outro com o número 1. Sorteamos um cartão para ser o valor de a , recolocamos o cartão na mesa, e sorteamos um cartão para ser o valor de b .
Agora na equação $ax^2 = b$, escreva todas as possíveis equações com todos os possíveis desfechos.

3- [Desafio] Considere as seguintes afirmações. Justifique as afirmações verdadeiras, e encontre exemplos que falham nas afirmações falsas. Sobre uma equação do tipo $ax^2 = b$ podemos afirmar que:

- a) Se a ou b forem positivos, essa equação tem duas soluções.
 - b) Se a for igual a zero então essa equação nunca tem solução.
 - c) Se b for igual a zero, então $x = 0$ é sempre solução.
 - d) Essa equação pode ter uma única solução, duas soluções, nenhuma solução ou infinitas
-

1- Considere os conjuntos $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{0,1,2\}$ e a equação $ax^2 = b$. Se o coeficiente a for um número do conjunto A e o coeficiente b for um número do conjunto B , escreva todas as equações $ax^2 = b$ possíveis se $b < a$, obtendo suas respectivas respostas.

2- Considere que você possui três cartões na mesa, um com o número zero, outro com o número -1 e outro com o número 1. Sorteamos um cartão para ser o valor de a , recolocamos o cartão na mesa, e sorteamos um cartão para ser o valor de b .
Agora na equação $ax^2 = b$, escreva todas as possíveis equações com todos os possíveis desfechos.

3- [Desafio] Considere as seguintes afirmações. Justifique as afirmações verdadeiras, e encontre exemplos que falham nas afirmações falsas. Sobre uma equação do tipo $ax^2 = b$ podemos afirmar que:

- a) Se a ou b forem positivos, essa equação tem duas soluções.
 - b) Se a for igual a zero então essa equação nunca tem solução.
 - c) Se b for igual a zero, então $x = 0$ é sempre solução.
 - d) Essa equação pode ter uma única solução, duas soluções, nenhuma solução ou infinitas
-

1- Considere os conjuntos $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{0,1,2\}$ e a equação $ax^2 = b$. Se o coeficiente a for um número do conjunto A e o coeficiente b for um número do conjunto B , escreva todas as equações $ax^2 = b$ possíveis se $b < a$, obtendo suas respectivas respostas.

2- Considere que você possui três cartões na mesa, um com o número zero, outro com o número -1 e outro com o número 1. Sorteamos um cartão para ser o valor de a , recolocamos o cartão na mesa, e sorteamos um cartão para ser o valor de b .
Agora na equação $ax^2 = b$, escreva todas as possíveis equações com todos os possíveis desfechos.

3- [Desafio] Considere as seguintes afirmações. Justifique as afirmações verdadeiras, e encontre exemplos que falham nas afirmações falsas. Sobre uma equação do tipo $ax^2 = b$ podemos afirmar que:

- a) Se a ou b forem positivos, essa equação tem duas soluções.
- b) Se a for igual a zero então essa equação nunca tem solução.
- c) Se b for igual a zero, então $x = 0$ é sempre solução.
- d) Essa equação pode ter uma única solução, duas soluções, nenhuma solução ou infinitas

Resolução da atividade principal - MAT8_13ALG04

Sorteie dois dos cartões contendo os números 0, -2 e 8. Determine qual será o número que elevado ao quadrado e multiplicado pelo número do primeiro cartão será igual ao segundo cartão.

Resolução:

Caso 1:

$$8x^2 = 0 \qquad -2x^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{0}{8} \qquad x^2 = \frac{0}{-2}$$

$$x^2 = 0 \qquad x^2 = 0$$

Caso 2:

$$8x^2 = -2$$

$$-2x^2 = 8 \qquad x^2 = \frac{-2}{8}$$

$$x^2 = \frac{8}{-2} \qquad x^2 = -\frac{1}{4}$$

$$x^2 = -4$$

Caso 3:

$$0x^2 = 8 \qquad 0x^2 = -2$$

$$0 = 8 \qquad 0 = -2$$

Guia de intervenções

MAT8_13ALG04 / De onde veio esse quadrado?

Possíveis dificuldades na realização da atividade	Intervenções
Dificuldade na compreensão da atividade.	Neste caso, sugira que o aluno repita a leitura e converse com um colega para melhor compreensão da atividade.
Identificar todos os casos possíveis.	Sugira que os alunos façam uma lista com todas as combinações possíveis. Caso, ainda assim, eles não tenham encontrado todos os casos, peça para eles compararem com a lista dos colegas.

Possíveis erros dos alunos	Intervenções
Não compreender os argumentos utilizados para a inexistência de uma resposta.	Para auxiliar o aluno, peça que ele procure algum número que satisfaça a situação apresentada e justifique por que não imagina uma equação sem solução.

Guia para a busca pela solução de uma equação na forma $ax^2=b$:

O objetivo desta aula está em apresentar diferentes equações que não possuem as duas soluções assim como vimos na aula anterior. Para isso, trouxemos situações em que uma solução não é um número real, a outra apresenta uma equação impossível, e outra mostra uma em que o único valor possível para x seria o valor zero. Esta aula é imprescindível para os alunos perceberem que não há um padrão onde sempre existem duas respostas. É necessário desenvolver uma postura crítica a qual ele deve utilizar ao longo da resolução de uma equação desta forma.

Resolução do Raio X - MAT8_13ALG04

Elabore um problema que possa ser resolvido a partir da resolução de uma equação na forma $ax^2=b$, e depois discuta quantas são as soluções possíveis e por que.

Resolução:

Como se trata de uma questão pessoal, traremos aqui um exemplo para compreender o que pode ser feito:

“Três quadrados idênticos possuem juntos uma área total de 867 m². Qual é o lado de cada um deles?”

Resolução possível:

$$3x^2 = 867$$

$$x^2 = \frac{867}{3}$$

$$x^2 = 289$$

$$x = \sqrt{289} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{289}$$

$$x = 17 \quad \text{ou} \quad x = -17$$

Nesse caso é preciso lembrar que a solução só pode ser um número positivo, portanto, só existe uma solução possível para esse caso.

Resoluções das atividades complementares - MAT8_13ALG04

1- Considere os conjuntos $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{0,1,2\}$ e a equação $ax^2 = b$. Se o coeficiente a for um número do conjunto A e o coeficiente b for um número do conjunto B , escreva todas as equações $ax^2 = b$ possíveis se $b < a$, obtendo suas respectivas respostas.

Resolução:

Como $b < a$ temos os casos $b = 0$ e $a = 1, 2$ ou 3 , $b = 1$ e $a = 2$ ou 3 e $b = 2$ e $a = 3$.

$$1.x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$2.x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$3.x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$2.x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \sqrt{1/2} \text{ ou } x = -\sqrt{1/2}$$

$$3.x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \sqrt{1/3} \text{ ou } x = -\sqrt{1/3}$$

$$3.x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2/3} \text{ ou } x = -\sqrt{2/3}$$

2- Considere que você possui três cartões na mesa, um com o número zero, outro com o número -1 e outro com o número 1. Sorteamos um cartão para ser o valor de a , recolocamos o cartão na mesa, e sorteamos um cartão para ser o valor de b . Agora na equação $ax^2 = b$, escreva todas as possíveis equações com todos os possíveis desfechos.

Resolução:

Poderemos ter: $1.x^2 = 1$, $1.x^2 = 0$, $1.x^2 = -1$, $0.x^2 = 1$, $0.x^2 = 0$, $0.x^2 = -1$, $-1.x^2 = 1$, $-1.x^2 = 0$ e $-1.x^2 = -1$

Alguns casos são equivalentes, como o $1.x^2 = -1$ e $-1.x^2 = 1$, e também o $1.x^2 = 1$ e $-1.x^2 = -1$. Os casos $-1.x^2 = 0$ e $1.x^2 = 0$ são equivalentes também assim como o $0.x^2 = 1$ e $0.x^2 = -1$

$$1.x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1$$

$$1.x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$0.x^2 = 1$ não possui solução

$0.x^2 = 0$ possui infinitas soluções. Pense em um número qualquer, coloque ele ao quadrado e multiplique por zero. A resposta é sempre zero!

3- [Desafio] Considere as seguintes afirmações. Justifique as afirmações verdadeiras, e encontre exemplos que falham nas afirmações falsas. Sobre uma equação do tipo $ax^2 = b$ podemos afirmar que:

a) Se a ou b forem positivos, essa equação tem duas soluções.

b) Se a for igual a zero então essa equação nunca tem solução.

c) Se b for igual a zero, então $x = 0$ é sempre solução.

d) Essa equação pode ter uma única solução, duas soluções, nenhuma solução ou infinitas

Resolução

a) Falso, se $b = 0$, temos a equação $ax^2 = 0$. Se a for 1, por exemplo, a equação fica $x^2 = 0$ que só tem a solução $x = 0$.

b) Falso, se $b = 0$ a equação fica $0x^2 = 0$. Perceba que qualquer número que você pensar e colocar no lugar do x funciona como solução.

c) Verdadeiro. Veja que a equação fica $ax^2 = 0$, pelas afirmações anteriores concluímos que de fato $x = 0$ é solução.

d) Verdadeiro, essa é a conclusão sobre essa aula, uma vez que nas aulas anteriores conseguimos identificar os casos de ter uma solução ou duas soluções, e nessa aula vimos os casos de não ter solução ou ter infinitas soluções.