

Resolução da Atividade Principal MT8_06NUM04

Situação 1: Guilherme tem em sua estante 3 livros de Geografia, 2 livros de História, um deles de História do Brasil e outro de História Geral, e 4 livros de Matemática.

(A) De quantas maneiras diferentes podemos organizar esses livros em fila?

Solução: Temos um total de nove livros, para organizarmos eles em fila, teremos 9 escolhas para a primeira posição e a partir da segunda, uma escolha a menos que a anterior para todas as outras posições: $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362\ 880$.

Resposta: Os 9 livros podem ser organizados em fila de 362 880 maneiras diferentes.

(B) Elabore uma restrição para a situação e resolva junto com seu colega de dupla.

Uma possível restrição: Organizar os livros de modo que o primeiro livro seja de História do Brasil e o último de História Geral.

Solução: A restrição indica que para o primeiro e o último livro só temos uma escolha para cada uma destas posições. Como temos um total de sete livros de geografia e matemática, aplicando o Princípio multiplicativo da contagem, temos: $1 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 5040$.

Resposta: Podemos organizar os livros em fila de 5040 formas diferentes respeitando a condição imposta.

Outra possível restrição: Como organizar os livros em fila de modo que livros de mesma disciplina fiquem sempre juntos?

Solução: Vamos denominar os livros de história como H1 e H2, os de geografia, G1, G2 e G3 e os de matemática como M1, M2, M3 e M4.

Inicialmente vamos pensar na seguinte sequência de livros:

(H1, H2, G1, G2, G3, M1, M2, M3, M4)

Note que podemos organizar os **livros de história de $2 \times 1 = 2$ maneiras**. Os de **geografia de $3 \times 2 \times 1 = 6$ maneiras** e os de **matemática de $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ maneiras**. Portanto, podemos enfileirar os livros de mesma disciplina sempre juntos de **$2 \times 6 \times 24 = 288$ maneiras**, na ordem(História, Geografia, Matemática)

Porém os blocos de livros (História, Geografia, Matemática) podem ser permutadas de **$3 \times 2 \times 1 = 6$ maneiras**, logo, o total de formas que podemos organizar os livros de mesma disciplina, sem misturá-los é **$288 \times 6 = 1728$** .

Resposta: Podemos organizar os livros em fila de 1728 formas diferentes sempre com exemplares de mesma disciplina lado a lado.

(C) Compare os valores das combinações entre os dois casos, com e sem a restrição. O que aconteceu?

Resposta: Quando há restrições muitas possibilidades são eliminadas, logo, a solução tem um número menor de agrupamentos.

Situação 2:

No sistema brasileiro de emplacamento de automóveis as placas possuem 3 letras e quatro algarismos.

(A) Quantas placas podem ser formadas?

Solução: Temos 3 posições onde usaremos letras vogais ou consoantes, com ou sem repetição e 4 posições onde usaremos os algarismos de 0 a 9, com ou sem repetição, pois queremos o número total de placas, portanto: **$26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 175\,760\,000$ placas podem ser formadas no sistema brasileiro de emplacamento.**

Resposta: Carolina pode se vestir de 48 maneiras diferentes.

(B) Elabore uma restrição para a situação e resolva junto com seu colega de dupla.

Uma possível restrição: Quantas placas podemos formar usando somente vogais e que não tenham algarismos repetidos?

Solução: Para as letras a condição é de que apareçam apenas vogais, podendo repeti-las, mas os algarismos devem ser distintos, logo, **$5 \times 5 \times 5 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 630\,000$.**

Resposta: Existem 630 000 placas que satisfazem as condições do enunciado.

Outra possível restrição: Quantas placas podemos formar com todas as letras iguais porém algarismos distintos?

Solução: Teremos placas com três letras A, três letra B, três letras C, etc. Como nosso alfabeto tem 26 letras, teremos 26 opções para as três letras iguais. Pelo princípio multiplicativo da contagem, temos: **$26 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 131\,040$.**

Resposta: Existem 131 040 placas que satisfazem as condições do enunciado.

(C) Compare os valores das combinações entre os dois casos, com e sem a restrição. O que aconteceu?

Quando há restrições muitas possibilidades são eliminadas, logo, a solução tem um número menor de agrupamentos.