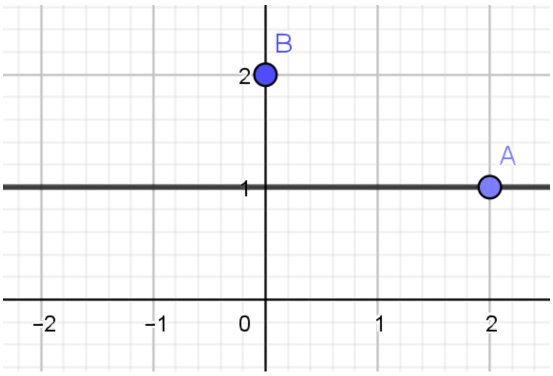
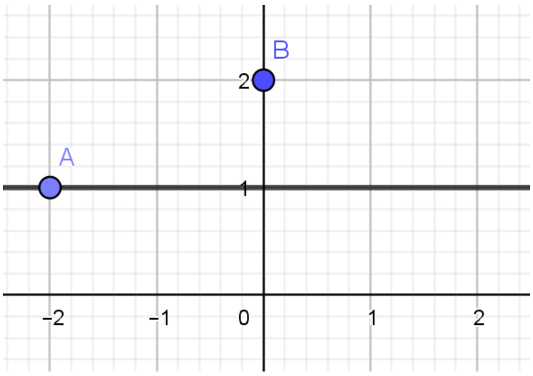
Resolução das atividades complementares - MAT09_16GEO05

1) Sabendo que a distância, calculada pela Geometria do Táxi, do ponto A = (a,1) e B = (0,2) é igual a 3. Calcule os possíveis valor da abscissa a.

Resolução:

Para facilitar a visualização, vamos representar no plano cartesiano a situação:



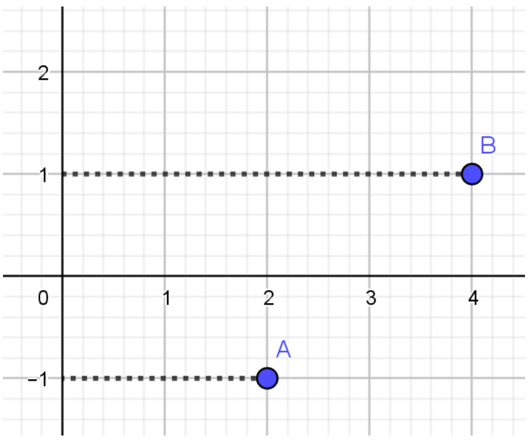


Como a ordenada do ponto A já está definida temos apenas duas opção para a abscissa, ou seja A = (2,1) ou A = (-2,1).

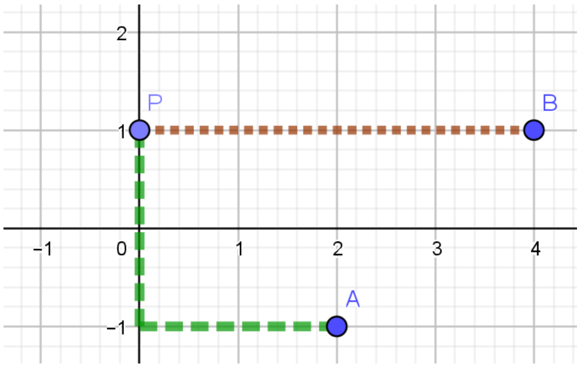
2) Um ponto P pertence ao eixo das ordenadas e é equidistante dos pontos A = (2,-1) e B = (4,1). Quais são as coordenadas do ponto P para que a distância entre os pontos seja a menor possível considerando a Geometria do Taxi?

Resolução:

Para facilitar a visualização, vamos representar no plano cartesiano a situação:



Note que a menor distância entre o ponto B e o eixo das ordenadas é de 4 unidade de comprimento. Logo, o ponto P deverá estar também a 4 unidade de comprimento do ponto A. Assim, P = (1,0).



3) [Desafio]Demonstre que a distância calculada pela Geometria Euclidiana é sempre menor ou igual à distância calculada pela Geometria do Táxi.

Sejam os pontos A = (xA,yA) e B = (xB,yB).

Pela desigualdade triangular temos

$0 \leq 2|xA - xB| \cdot |yA - yB|$

Somando $(xA - xB)^2 + (yA - yB)^2$ *aos dois membros da desigualdade obtemos*

$(xA - xB)^2 + (yA - yB)^2 \leq (xA - xB)^2 + (yA - yB)^2 + 2|xA - xB| \cdot |yA - yB|$

Logo, completando quadrados temos

$(xA - xB)^2 + (yA - yB)^2 \leq (|xA - xB| + |yA - yB|)^2$

Extraindo a raiz dos dois lados obtemos

$\sqrt{(xA - xB)^2 + (yA - yB)^2} \leq \sqrt{(|xA - xB| + |yA - yB|)^2}$

Assim,

$\sqrt{(xA - xB)^2 + (yA - yB)^2} \leq |xA - xB| + |yA - yB|$

Note que ao lado esquerdo temos a fórmula para o cálculo da distância entre dois pontos na Geometria Euclidiana e ao lado direito a fórmula para o cálculo na Geometria do Táxi. Portanto, deucli(A,B) $\leq$ *dtaxi(A,B).*