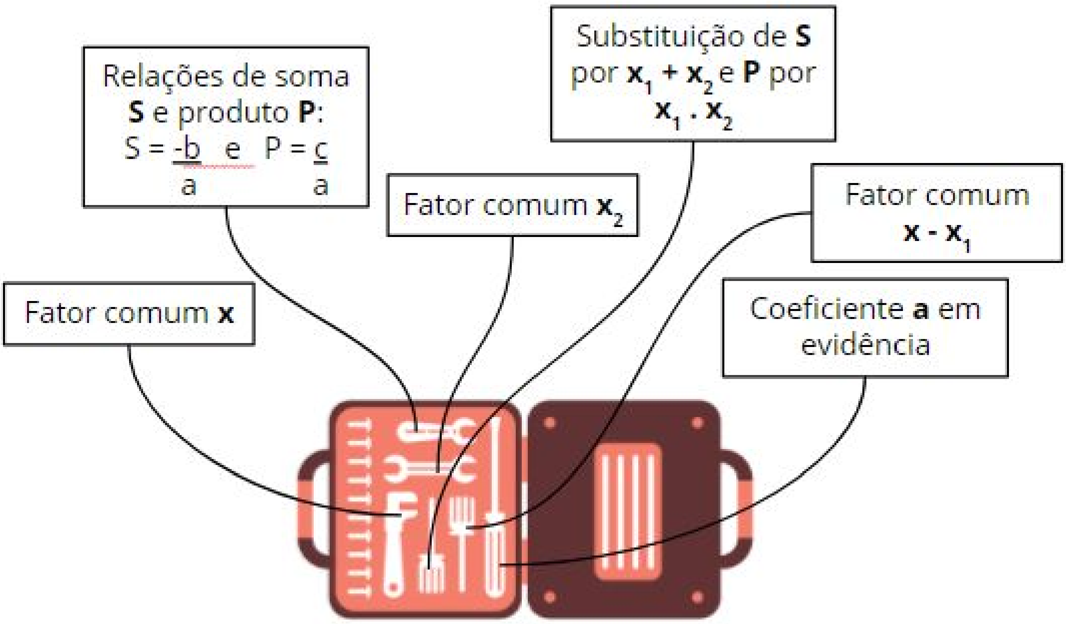
Resolução da atividade principal - MAT9_06ALG09

Para obter a fatoração da equação quadrática ax² + bx + c = 0 você possui uma "caixa de ferramentas" com ações e informações que irão te ajudar nesse processo.



(A) Analise todas as "ferramentas" disponíveis e descubra uma forma de obter a fatoração do trinômio presente na equação quadrática ax² + bx + c = 0 em função das raízes da equação.

Para que seja possível utilizar as "ferramentas" que apresentam as relações de soma e produto e as raízes da equação (x_1 e x_2) é necessário que essas definições apareçam durante o processo, por isso inicia-se por:

1) Coeficiente **a** em evidência

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = 0$$

Observa-se que a razão b/a é semelhante a razão de soma S = -b/a e a razão c/a é exatamente a razão de produto P = c/a. Sendo assim, utiliza-se a seguinte "ferramenta":

2) Relações de soma **S** e produto **P**: $S = \frac{-b}{a}$ e $P = \frac{c}{a}$

$$a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=0$$

$$a\left(x^2-Sx+P\right)=0$$

Sabe-se que a S representa a soma das raízes da equação e P o produto das raízes da equação, então a próximo ação é:

3) Substituição de **S** por $\mathbf{x_1 + x_2}$ e **P** por $\mathbf{x_1 \,.\, x_2}$

$$a\left(x^2-Sx+P\right)=0$$

$$a\left[x^2-\left(x_1+x_2\right)x+\left(x_1 .\ x_2\right)\right]=0$$

Desenvolvendo a expressão:

$$a\left[x^2-x_1 .\ x-x_2 .\ x+x_1 .\ x_2\right]=0$$

4) Fator comum **x** nos dois primeiros termos dentro do colchetes

$$a\left[x^2-x_1 .\ x-x_2 .\ x+x_1 .\ x_2\right]=0$$

$$a\left[x\left(x-x_1\right)-x_2 .\ x+x_1 .\ x_2\right]=0$$

5) Fator comum $\mathbf{x_2}$ nos dois últimos termos dentro do colchetes

$$a\left[x\left(x-x_1\right)-x_2 .\ x+x_1 .\ x_2\right]=0$$

$$a\left[x\left(x-x_1\right)-x_2\left(x-x_1\right)\right]=0$$

6) Fator comum $\mathbf{x - x_1}$

$$a\left[x\left(x-x_1\right)-x_2\left(x-x_1\right)\right]=0$$

$$a\left[\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)\right]=0$$

Conclui-se que a equação $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ pode ser obtida através das raízes da equação (x_1 e x_2) e o coeficiente **a**, ambos expressos em sua forma fatorada acima.

(B) Após determinar a fatoração de uma equação quadrática qualquer do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, determine a equação que possui as seguintes características:

Coeficiente a = - 3

Raízes da equação:
$x_1 = 2$ e $x_2 = -5$

Solução:
Através da forma fatorada obtida no item anterior podemos escrever a equação seguindo os passos:

$$a\,[(x - x_1)\,(\,x - x_2)] = 0$$
$$-3\,[(x - 2)\,(\,x - (-5))] = 0$$
$$-3\,[(x - 2)\,(\,x + 5)] = 0$$
$$-3\,\left[x^2 + 5x - 2x - 10\right] = 0$$
$$-3\,\left[x^2 + 3x - 10\right] = 0$$
$$-3x^2 - 9x - 30 = 0$$

Portanto, a equação é - 3x² - 9x - 30 = 0.