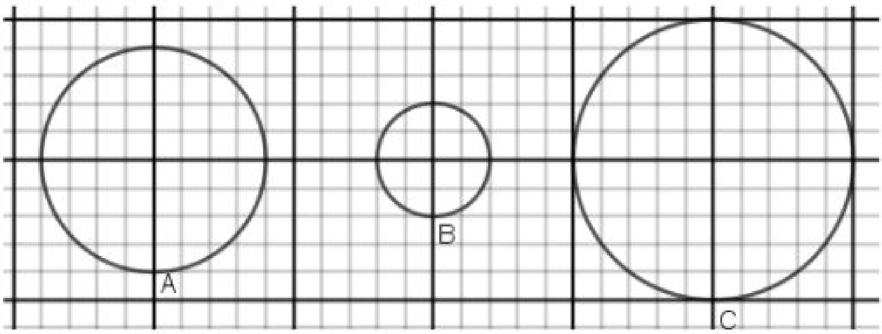
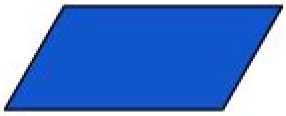
Resolução da Atividade Principal – MAT8_20GRM04

Na malha quadriculada abaixo estão desenhados três círculos: A, B e C.



A) Utilizando cada quadradinho da malha como uma unidade de medida de área, determine a área aproximada de cada um dos círculos.

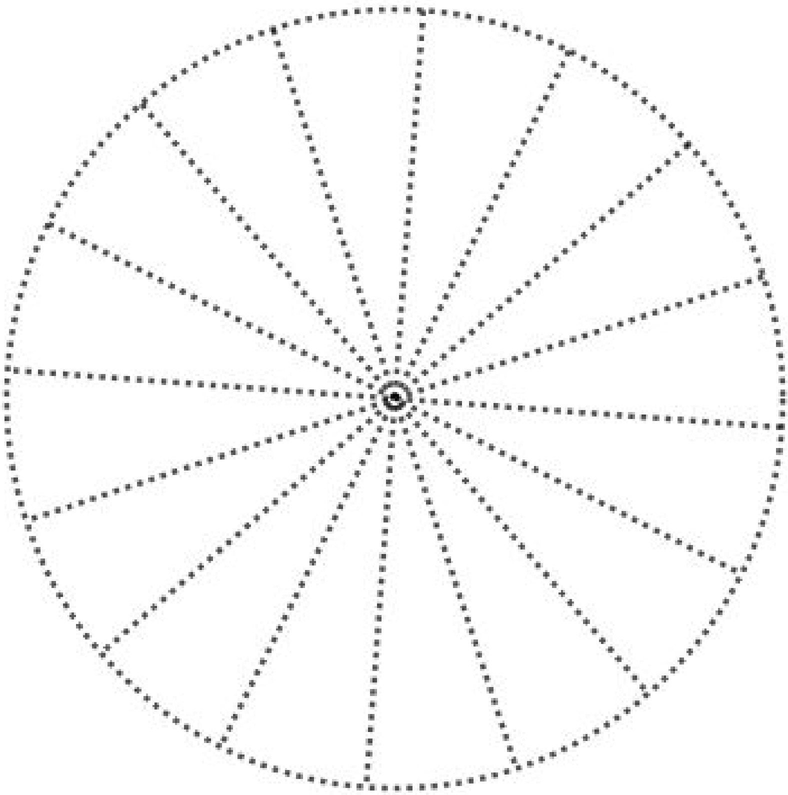
B) Recorte os 16 setores do círculo fornecido pelo professor e monte uma figura que se aproxime de um paralelogramo, como o exemplo a seguir:



C) Depois de montarem o paralelogramo, e utilizando o que vocês já aprenderam sobre circunferência respondam: quais elementos da circunferência podem representar a medida da base e da altura desse paralelogramo?

D) Tentem escrever uma expressão algébrica que represente a área desse paralelogramo. Escrevam também uma expressão para a área do círculo.

E) Utilizem a expressão que descobriram para a área do círculo e calculem novamente as áreas das figuras utilizadas na Parte A da atividade. Considerem o lado de cada quadradinho com medida igual a 1 cm. Discutam essas aproximações com os colegas e comparem com os resultados da Parte A. Pensem: quantas vezes o raio da figura A é maior do que o raio da figura B? E a área, é quantas vezes maior?



Resolução:

PARTE A:

As aproximações para a medida das áreas utilizando os quadrados da malha como unidade de medida podem ser obtidas de diferentes maneiras. Pode-se contar em cada um dos quadrantes e depois multiplicar o valor obtido por quatro. Também é possível contar os quadrados inteiros e depois somar os quadrados partidos para compor novos inteiros. Em geral, os valores devem estar próximos de:

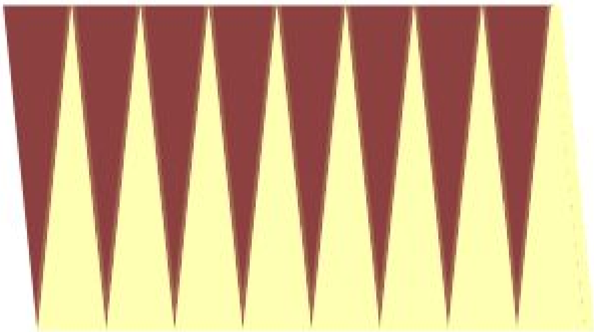
Figura A: 52 quadrados

Figura B: 13 quadrados

Figura C: 78 quadrados

PARTE B:

Para formar um paralelogramo, podemos posicionar as 16 partes do círculo conforme a figura abaixo, posicionando oito delas viradas com a borda para cima e as demais para baixo, fazendo coincidir os raios do círculo. Lembrando que a borda de cada setor circular ainda será formada por arcos circulares e não retos. Por isso, a ideia de aproximação por um paralelogramo.

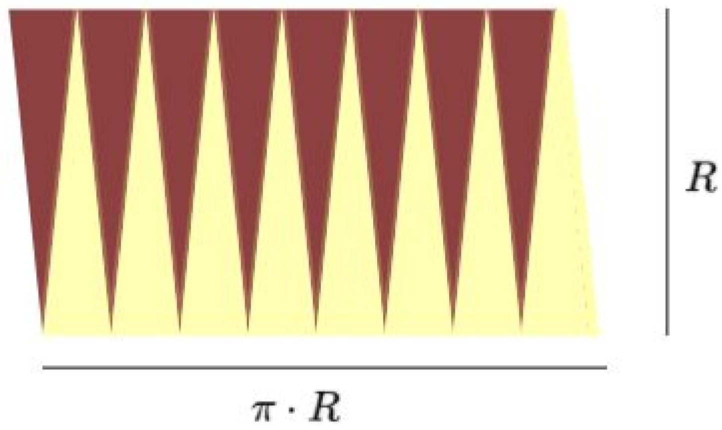


PARTE C:

A altura desse paralelogramo é dada pela medida do raio do círculo, podendo ser representado pela letra R.
Para representar a base aproximada do paralelogramo, é preciso observar que ela é formada por metade do comprimento da circunferência do círculo dado, já que foram posicionadas metade das partes em cima e metade embaixo. Então, temos que:

$$\frac{C}{2} \rightarrow \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{2} \rightarrow \pi \cdot R$$

Observe a figura:



PARTE D:

A área (A) do paralelogramo é calculada através da expressão:

$$A = Base \cdot Altura$$

Escrita de acordo com as medidas aproximadas da figura obtida na Parte C, temos:

$$A = \pi \cdot R \cdot R = \pi \cdot R^2$$

Como a área do círculo é aproximadamente igual à área do paralelogramo da figura obtida na Parte C, então a expressão para o cálculo da área do círculo é a mesma, basta conhecer a medida do raio do círculo dado:

$$A = \pi \cdot R^2$$

PARTE E:

Utilizando a expressão obtida para a área do círculo no item anterior, podemos calcular uma aproximação para a área das figuras A, B e C. Temos que os raios dos círculos dessas figuras medem, respectivamente, 4 cm, 2 cm e 5 cm. Considerando $\pi = 3,14$, temos:

Área da figura A:

$$\pi \cdot 4^2 = 3,14 \cdot 16 = 50,24\ cm^2$$

Área da figura B:

$$\pi \cdot 2^2 = 3,14 \cdot 4 = 12,56\ cm^2$$

Área da figura C:

$$\pi \cdot 5^2 = 3,14 \cdot 25 = 78,5\ cm^2$$

Comparando com as estimativas da Parte A que utilizaram os quadrados da malha como unidade de medida, temos:

Figura A: 52 quadrados e 50,24 cm^2. Diferença de pouco mais de 1 cm^2.

Figura B: 13 quadrados e 12,56 cm^2. Diferença de menos de 1 cm^2.

Figura C: 78 quadrados e 78,5 cm^2. Diferença de 0,5 cm^2.

Podemos perceber que as áreas obtidas são bem próximas e diferem pelo fato de a fórmula para o cálculo da área considera uma aproximação para o valor de π. Quanto melhor for essa aproximação, mais a área obtida se aproximará da área do círculo.

Podemos observar que a medida do raio da figura A é o dobro da medida do raio da figura B. Porém, a área não é o dobro. Verificamos através da divisão:

$$\frac{50,24}{12,56} = 4$$

Portanto, a área na figura A é quatro vezes maior que na figura B. Isso se deve ao fato de que, na fórmula para o cálculo da área, o raio está elevado ao quadrado. Note que se dobrarmos a medida do raio e elevarmos ao quadrado, temos um coeficiente igual a 4:

$$(2 \cdot R)^2 = 4 \cdot R^2$$