

## Guia de intervenções

### Ângulos externos de polígonos regulares/MAT7\_20GEO02

Possíveis dificuldades na realização da atividade	Intervenções
<p>- A soma dos ângulos medidos pela maioria dos alunos não resulta exatamente <math>360^\circ</math>.</p>	<p>Um possível erro é o aluno não reconhecer medidas que não sejam múltiplos de 5, por exemplo, uma medida de <math>32^\circ</math>. Neste caso oriente seus alunos que o intervalo entre <math>30^\circ</math> e <math>40^\circ</math> foi dividido em 10 partes iguais, cada uma equivalente a <math>1^\circ</math>. Logo as marcações seguintes correspondem a <math>31^\circ, 32^\circ, \dots, 39^\circ</math>.</p> <p>Explique também aos alunos que por mais apurado que seja um instrumento de medida, ele possui limitações físicas para efetuar as medições (espessura do material que é feito, etc), e isto pode interferir na precisão da medida.</p>
<p>- O aluno não consegue prolongar os lados do polígono a partir de cada vértice para marcar seus ângulos externos.</p>	<p>Questione-o:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>O que você entende por prolongar um lado?</b></li> </ul> <p>Esta pergunta fará com que o aluno pense a respeito do termo prolongar e no que deve ser feito para prolongar um lado.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>E por prolongar um lado a partir de um vértice?</b></li> <li>- <b>E o que significaria “sempre na mesma direção”?</b></li> </ul> <p>Aqui o aluno vai entender que deve começar o prolongamento do lado pelo vértice e seguir na mesma direção a partir do primeiro vértice tomado. A análise da questão em partes leva a uma melhor compreensão por parte do aluno.</p>

<p>- O aluno não consegue separar os ângulos externos dos polígonos para depois colá-los em torno de um único vértice.</p>	<p>Você poderá levar um polígono pronto feito em cartolina para a sala com seus ângulos externos marcados, mostrá-lo para os alunos e pedir para que algum aluno leia novamente a primeira questão: “Separe cada ângulo externo do triângulo, recortando ao longo dos seus lados”. Pergunte-lhes:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- <b>Como a comanda diz para separar o ângulo externo?</b></li><li>- <b>Quais são os lados do polígono?</b></li></ul> <p>Estas questões vão direcioná-los sem que seja necessário você recortar seu polígono para que eles o (a) imitem. A vantagem é que assim você está ensinando seus alunos a interpretar as questões e mostrando que eles são capazes de compreender o enunciado de um problema. Isto lhes dará mais confiança em resolver situações semelhantes no futuro.</p> <p>Para entender como colar os ângulos em torno de único vértice, prossiga com mesmo tipo de questionamentos:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- <b>O que significa “em torno” e “um único vértice”?</b></li></ul> <p>São questões que levam os alunos a pensarem sobre como devem proceder.</p> <p>Se ainda assim continuarem com dúvidas, você poderá recortar os ângulos externos do seu polígono e mostrar como fazer a colagem desses ângulos em torno de um único vértice.</p>
<p>- O aluno não consegue determinar a medida de cada ângulo externo de um polígono regular.</p>	<p>Faça perguntas do tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- <b>Quais são as principais características de um polígono REGULAR? Se todos os ângulos são congruentes como determinar a</b></li></ul>

	<p><b>medida de CADA ângulo?</b> Essas perguntas podem auxiliar o trabalho do professor para sanar as dificuldades apontadas.</p>
<p>- O aluno não consegue determinar a medida de cada ângulo interno de um polígono regular?</p>	<p>Questione-o: - <b>O que você percebe na posição de cada ângulo externo e cada ângulo interno ao redor do mesmo vértice? Quanto vale a soma desses dois ângulos?</b> Para responder a esta pergunta o aluno irá se atentar para a relação de suplementaridade entre as medidas desses ângulos. E deverá perceber que para encontrar a medida do ângulo interno, basta verificar “quanto falta” para o ângulo externo atingir a medida de 180°.</p>
<p>- O aluno não consegue realizar a atividade de colagem dos ângulos externos ao redor de um único vértice, ou a realiza de forma inadequada, não compreendendo que a soma dos ângulos externos de um polígono qualquer é sempre 360°.</p>	<p>- Você pode pedir para que os alunos meçam os ângulos externos de alguns polígonos com o transferidor e depois calcule a soma das medidas encontradas. Abaixo, neste guia, há uma atividade alternativa. Utilize-a caso julgue necessário.</p>

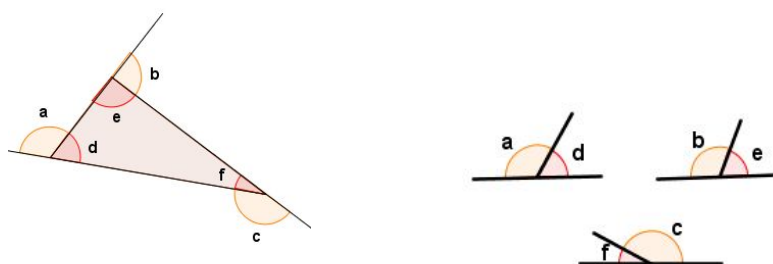
<b>Possíveis erros dos alunos</b>	<b>Intervenções</b>
<p>- Ao usar o transferidor que possui marcações internas e externas, o aluno pode errar, marcando a medida do ângulo suplementar ao ângulo que está medindo.</p>	<p>O professor deve andar pela sala e ficar atento a casos em que as medidas encontradas são absurdas e questionar estes alunos sobre isto, como por exemplo: - <b>Você acha que esta medida está certa? O que pode estar errado?</b> - <b>Que relação você percebe entre a medida indicada na parte superior do transferidor e a medida indicada na parte inferior?</b> Ao observar o ângulo medido para responder a estas perguntas ele poderá perceber que seu resultado é absurdo e que as marcações apresentadas na parte superior e inferior do transferidor estão em</p>

	<p>sentido diferente, por isso deverá tomar mais cuidado ao medir. Além disto, você também pode perguntar ao aluno:</p> <p><b>- A partir de que ponto do transferidor você acha que devemos começar a medição?</b></p> <p>A resposta mais comum seria iniciar a medição pelo zero, contudo, o professor pode continuar a discussão:</p> <p><b>-Seria possível começar a medir por outro ponto diferente de zero? Como procederíamos neste caso? Isto é mais viável que começar pelo zero? Por quê?</b></p> <p>Podemos medir a partir de qualquer valor, calculando a diferença entre a marcação final e a inicial. Como qualquer número subtraído de zero resulta nele mesmo, é preferível fazer as medições a partir do zero.</p> <p>Essas perguntas poderiam iniciar uma boa discussão e levar o aluno a perceber tais fatos.</p>
<p>- O aluno acha que por ter mostrado que a soma dos ângulos externos dos polígonos dados é <math>360^\circ</math>, ele pode concluir que este resultado é válido para todos os polígonos.</p>	<p>Questione-o:</p> <p><b>- Você tem CERTEZA de que se fizer o experimento para um polígono de 10, 11, 12, 13 ou 14 lados o resultado será sempre o mesmo?</b></p> <p><b>- É possível fazer o experimento com todos os infinitos polígonos que existem?</b></p> <p><b>- Como podemos ter certeza de que o resultado será sempre <math>360^\circ</math> sem realizar o experimento com todos os polígonos?</b></p> <p>Estas questões levará o aluno a pensar sobre a impossibilidade de se testar todos os polígonos. Neste momento você poderá explicar sobre a importância da álgebra neste tipo de prova. Ao generalizar medidas e quantidades podemos mostrar que o processo é válido para qualquer valor que as mesmas possam assumir e</p>

que a prova matemática desta questão é um pouco complicada para o nível em que estão. Porém, dependendo do interesse da turma, você poderá apresentá-la. Uma demonstração do fato em questão segue logo abaixo neste guia.

Professor, segue aqui uma demonstração da soma das medidas dos ângulos externos de um polígono qualquer.

Dado um polígono qualquer de  $n$  lados, este polígono possui  $n$  ângulos internos e  $n$  ângulos externos. A soma dos ângulos internos é dada por  $Si = 180(n - 2)^*$  e cada ângulo externo é suplementar a um ângulo interno correspondente.



Então a soma de todos os ângulos externos e internos será:

$$Se + Si = n \cdot 180^\circ$$

$$Se + 180(n - 2) = 180n$$

$$Se + 180n - 360 = 180n$$

$$Se - 360 = 0$$

$$Se = 360$$

Provando assim que a soma dos ângulos externos de um polígono qualquer é  $360^\circ$ .

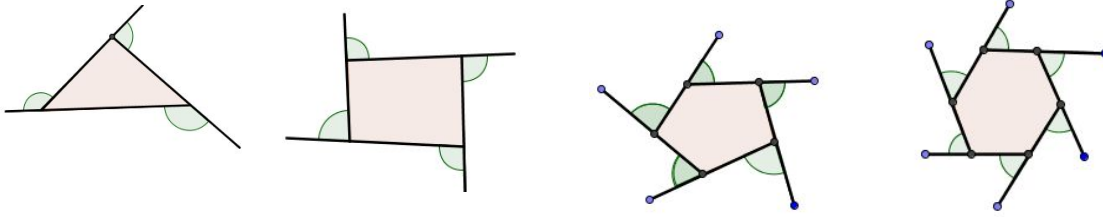
\*Em todo polígono, a soma das medidas de seus ângulos internos é dada por  $180(n - 2)$ . Isto se deve ao fato de que qualquer polígono pode ser decomposto em  $n - 2$  triângulos através das diagonais que partem de um de seus vértices. A soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ . Logo a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer é  $180(n - 2)$ .

Professor, esta é uma atividade alternativa para a dedução da soma dos ângulos externos de um polígono qualquer.

### Atividade

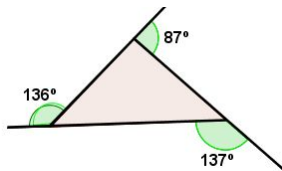
- Na figura abaixo, meça os ângulos externos de cada polígono com o auxílio de um transferidor e calcule a soma dessas medidas.

- Registre a soma obtida em seu caderno. Agora compare com seus colegas de grupo. Você percebeu algo em relação aos resultados obtidos?
- Escreva a conclusão do grupo em seu caderno.



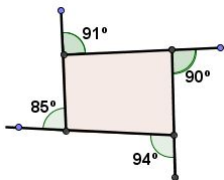
## Resolução:

### Triângulo:



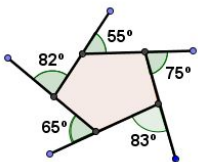
A soma das medidas de seus ângulos externos é:  
 $87^\circ + 137^\circ + 136^\circ = 360^\circ$

### Quadrilátero:



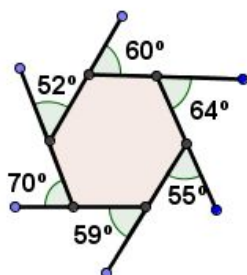
A soma das medidas de seus ângulos externos é:  
 $91^\circ + 90^\circ + 94^\circ + 85^\circ = 360^\circ$

### Pentágono:



A soma das medidas de seus ângulos externos é:  
 $55^\circ + 75^\circ + 83^\circ + 65^\circ + 82^\circ = 360^\circ$

### Hexágono:



A soma das medidas de seus ângulos externos é:  
 $60^\circ + 64^\circ + 55^\circ + 59^\circ + 70^\circ + 52^\circ = 360^\circ$

Os alunos deverão observar que as somas foram todas iguais a  $360^\circ$  ou próximas a esse valor. Podemos obter somas próximas a  $360^\circ$  por vários motivos, por exemplo, um aluno que tenha obtido as medidas  $135^\circ$ ,  $85^\circ$  e  $135^\circ$  no triângulo, cuja soma é  $355^\circ$ , pode não ter percebido medidas entre os múltiplos de  $5^\circ$  do transferidor. Cabe ao professor ficar atento e fazer as intervenções necessárias, neste caso, após as intervenções ele poderá notar que as medidas são  $136^\circ$ ,  $87^\circ$  e  $137^\circ$ , que somam  $360^\circ$ .

Espera-se que os alunos cheguem à seguinte conclusão:

A soma dos ângulos externos dos polígonos dados são iguais a  $360^\circ$ .