Resolução da Atividade Principal - MAT9_06ALG04

Toda equação quadrática pode ser reduzida à forma
$ax^2 + bx + c = 0$,
sendo a, b e c coeficientes reais e $a \neq 0$.

Você já resolveu equações quadráticas pelo processo de fatoração. De que maneira podemos generalizar esse processo de resolução, afim de obter uma fórmula para encontrar o valor desconhecido da equação quadrática?

Soluções Possíveis:

Existem diferentes estratégias (caminhos) de resolução para deduzir a fórmula resolutiva da equação quadrática. Em todos os caminhos buscamos completar quadrados para obter um trinômio do quadrado perfeito para que seja possível fatorar a equação e determinar suas raízes. Vejamos três possibilidades:

1) Dedução de acordo com os pensamentos de Gabriel:

$$(-c)\ \ ax^2 + bx + c = 0\ \ (-c)$$

$$(.4a)\ \ ax^2 + bx = -c\ \ (.4a)$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

$$(+b^2)\ \ (2ax)^2 + 2.(2ax).b = -4ac\ \ (+b^2)$$

$$(2ax)^2 + 2.(2ax).b + b^2 = -4ac + b^2$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

$$(-b)\ 2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}\ (-b)$$

$$(\div 2a)\ \ 2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}\ \ (\div 2a)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2) Dedução de acordo com os pensamentos de Marcos:

$$(-c)\ \ ax^2 + bx + c = 0\ \ (-c)$$

$$(\div a)\ \ ax^2 + bx = -c\ \ (\div a)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$\left(+\frac{b^2}{4a^2}\right)\ x^2 + 2x\frac{b}{2a} = -\frac{c}{a}\ \left(+\frac{b^2}{4a^2}\right)$$

$$x^2 + 2x\frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

$$\left(-\frac{b}{2a}\right)\ x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{-4ac + b^2}{4a^2}}\ \left(-\frac{b}{2a}\right)$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3) Terceira possibilidade de dedução:

$$(-c)\ \ ax^2 + bx + c = 0\ \ (-c)$$

$$(.\,a)\ \ ax^2 + bx = -c\ \ (.\,a)$$

$$a^2x^2 + axb = -ca$$

$$\left(+\frac{b^2}{4}\right)(ax)^2 + 2.\,(ax)\,.\,\frac{b}{2} = -ca\ \left(+\frac{b^2}{4}\right)$$

$$(ax)^2 + 2.\,(ax)\,.\,\frac{b}{2} + \frac{b^2}{4} = \frac{-4ac + b^2}{4}$$

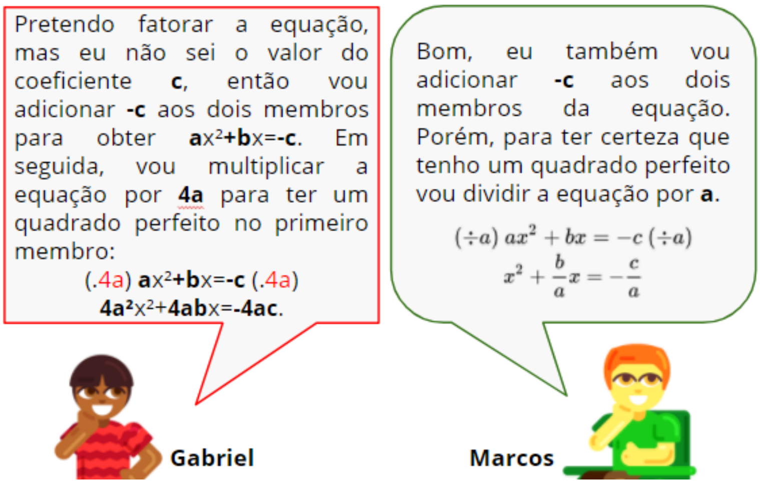
$$\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4}$$

$$\left(-\frac{b}{2}\right)\ ax + \frac{b}{2} = \pm\sqrt{\frac{-4ac + b^2}{4}}\ \left(-\frac{b}{2}\right)$$

$$(\div a)\ ax = \frac{-b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}\ (\div a)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Analise a maneira como dois alunos pensaram para iniciar o desenvolvimento da fórmula e compare com o que você já realizou. Essas duas estratégias chegará na mesma fórmula? Justifique.



Orientação: Para ter certeza onde os caminhos iniciados por Gabriel e Marcos chegará, o aluno precisa dar continuidade aos dois processos (conforme descritos acima) ou ainda verificar que esses desenvolvimentos são iguais ou semelhantes com o que já tinha sido feito por ele mesmo anteriormente. Espera-se que os alunos percebam que nos dois processos iniciados por Gabriel e Marcos, existe a busca para obter um trinômio do quadrado perfeito e então, poder fatorar a equação.