Resolução da atividade complementar - MAT9_02NUM07

1) Um estudante, escolheu no jogo "Radicando" os números 625 e 729. Quais seriam as raízes que o estudante poderia sortear para simplificar seus cálculos?

Fatorando ambos os números, obtemos que:

$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 729 & 3 \\ 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Logo,

$$625 = 5^4$$

$$729 = 3^6$$

Percebe-se que para o caso 625, as raízes $\sqrt[2]{\ }$ e $\sqrt[4]{\ }$, seriam úteis para obter valores inteiros.

$$\sqrt[2]{625} = \sqrt[2]{5^4} = \sqrt[2]{5^2 \times 5^2} = 5 \times 5 = 25$$
$$\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5$$

Percebe-se que para o caso 729, as raízes $\sqrt[2]{\ }$, $\sqrt[3]{\ }$ e $\sqrt[6]{\ }$, seriam úteis para obter valores inteiros.

$$\sqrt[2]{729} = \sqrt[2]{3^6} = \sqrt[2]{3^2 \times 3^2 \times 3^2} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$
$$\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{3^6} = \sqrt[3]{3^3 \times 3^3} = 3 \times 3 = 9$$
$$\sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{3^6} = 3$$

2) Um estudante obteve a seguinte expressão:

$$\sqrt[6]{64} \div \sqrt[3]{125}$$

Para resolvê-la, utilizou o seguinte raciocínio:

$$\sqrt[6]{64} \div \sqrt[3]{125} = \frac{\sqrt[6]{64}}{\sqrt[3]{125}}$$

$$\frac{\sqrt[6]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[6]{64}}{\sqrt[6]{(125)^2}}$$

$$\frac{\sqrt[6]{64}}{\sqrt[6]{(125)^2}} = \sqrt[6]{\frac{64}{125^2}} = \sqrt[6]{\frac{64}{15625}}$$

Utilizando uma calculadora obteve o seguinte resultado:

$$\sqrt[6]{\frac{64}{15625}} = \sqrt{0,004096} = 0,064$$

Porém, reparou que:

$$\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$$
$$\frac{\sqrt[6]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Encontre o passo que o estudante provavelmente errou, e mostre outra forma que ele poderia resolver para evitar o uso de calculadora.

O erro está na seguinte passagem:

$$\sqrt[6]{\frac{64}{15625}} = \sqrt{0,004096} = 0,064$$

O estudante realizou a operação de raiz quadrada, quando na verdade se tratava de uma raiz sexta.
O estudante poderia ter fatorado os números.

$$\sqrt[6]{\frac{64}{15625}} = \sqrt[6]{\frac{2^6}{5^6}} = \sqrt[6]{\left(\frac{2}{5}\right)^6} = \frac{2}{5}$$

3) Um outro estudante, propôs ao professor uma nova regra, que ao escolher um número e sua raíz, para montar a expressão seria necessário somar o número de pontos, antes da multiplicação. Por exemplo:

$27 \rightarrow 4\ pontos$

$16 \rightarrow 3\ pontos$

A expressão ficaria, imaginando que um aluno sorteou a multiplicação e as raízes abaixo:

$$(4 + \sqrt[2]{27}) \times (3 + \sqrt[3]{16})$$

Mostre uma forma de resolver esse problema.

O primeiro passo seria realizar a distributiva.

$$(4 + \sqrt[2]{27}) \times (3 + \sqrt[3]{16})$$

$$(4 + \sqrt[2]{27}) \times (3 + \sqrt[3]{16}) = 12 + 4\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[2]{27} + \sqrt[2]{27} \times \sqrt[3]{16}$$

O próximo passo seria a multiplicação e ou a fatoração dos radicandos para simplificar a expressão.

$$12 + 4\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[2]{27} + \sqrt[2]{27} \times \sqrt[3]{16} = 12 + 4\sqrt[3]{2^4} + 3\sqrt[2]{3^3} + \sqrt[6]{27^3} \times \sqrt[6]{16^2}$$
$$12 + 4\sqrt[3]{2^4} + 3\sqrt[2]{3^3} + \sqrt[6]{27^3} \times \sqrt[6]{16^2} = 12 + 4\sqrt[3]{2^3 \times 2} + 3\sqrt[2]{3^2 \times 3} + \sqrt[6]{(3^3)^3} \times \sqrt[6]{(2^4)^2}$$
$$12 + 4\sqrt[3]{2^3 \times 2} + 3\sqrt[2]{3^2 \times 3} + \sqrt[6]{(3^3)^3} \times \sqrt[6]{(2^4)^2} = 12 + 4 \times 2\sqrt[3]{2} + 3 \times 3\sqrt[2]{3} + \sqrt[6]{3^9 \times 2^8}$$
$$12 + 4 \times 2\sqrt[3]{2} + 3 \times 3\sqrt[2]{3} + \sqrt[6]{3^9 \times 2^8} = 12 + 4 \times 2\sqrt[3]{2} + 3 \times 3\sqrt[2]{3} + \sqrt[6]{3^6 \times 3^3 \times 2^6 \times 2^2}$$
$$12 + 4 \times 2\sqrt[3]{2} + 3 \times 3\sqrt[2]{3} + \sqrt[6]{3^6 \times 3^3 \times 2^6 \times 2^2} = 12 + 4 \times 2\sqrt[3]{2} + 3 \times 3\sqrt[2]{3} + 3 \times 2\sqrt[6]{3^3 \times 2^2}$$
$$12 + 4 \times 2\sqrt[3]{2} + 3 \times 3\sqrt[2]{3} + 3 \times 2\sqrt[6]{3^3 \times 2^2} = 12 + 8\sqrt[3]{2} + 9\sqrt[2]{3} + 6\sqrt[6]{108}$$
$$(4 + \sqrt[2]{27}) \times (3 + \sqrt[3]{16}) = 12 + 8\sqrt[3]{2} + 9\sqrt[2]{3} + 6\sqrt[6]{108}$$