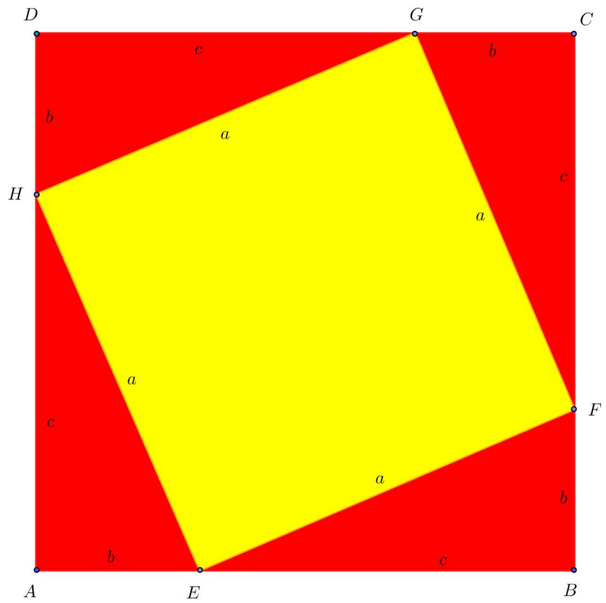
Resolução da Atividade Principal - MAT9_15GEO08

DEDUÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS COM RECORTES

Siga as etapas seguintes:

- Construa e recorte dois quadrados congruentes, ABCD e MNOP, com lado de medida qualquer.
- No quadrado ABCD, a partir do vértice A, marque quatro pontos, E, F, G e H a uma distância b de cada vértice, no sentido anti-horário. Chame de c a outra medida que compõe o lado do quadrado, de modo que AB = b+c.
- Com régua e lápis, una os pontos E, F, G e H, nessa ordem, obtendo assim quatro triângulos retângulos, pinte-os todos de uma mesma cor (Na figura seguinte usamos vermelho). Esses triângulos são congruentes?
- Chame de a a medida da hipotenusa dos triângulos retângulos formados sobre os vértices do quadrado. Veja figura abaixo:

A figura seguinte, disponibilizada na atividade, mostra o que se espera que os alunos construam.

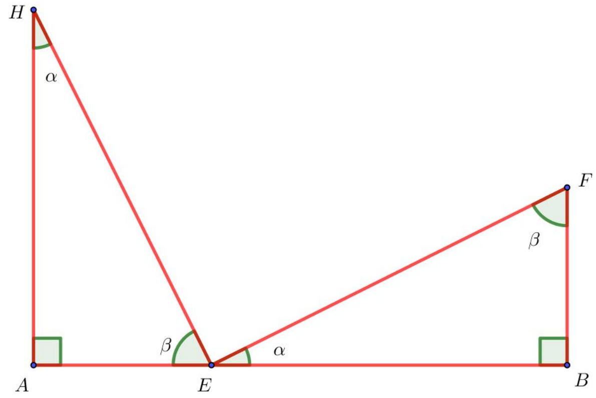


- Recorte os quatro triângulos retângulos formados nos vértices do quadrado maior.

Ver figura acima

- Pinte o quadrilátero EFGH de uma cor diferente daquela usada para os triângulos. Esse quadrilátero é um quadrado? O que garante isso?

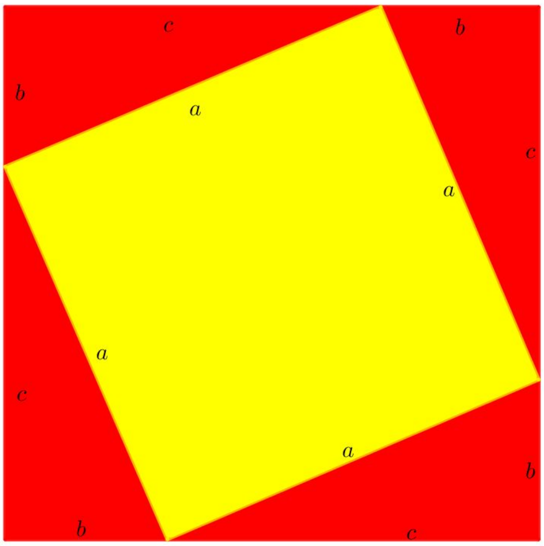
Vamos analisar a imagem seguinte:



Os triângulos HAE e EBF são congruentes pelo caso LLL, conforme construção. Dessa forma, seus ângulos internos correspondentes são iguais, e por serem triângulos retângulos, seus ângulos agudos são complementares, o que garante que $\alpha + \beta = 90^{\circ}$. Como os pontos A, E e B estão alinhados, resta que o ângulo HEF é reto. De modo análogo, mostra-se que os demais vértices do quadrilátero EFGH apresentam ângulos retos. Como as medidas dos lados são iguais, pela congruências dos triângulos, conclui-se que o quadrilátero EFGH é um quadrado.

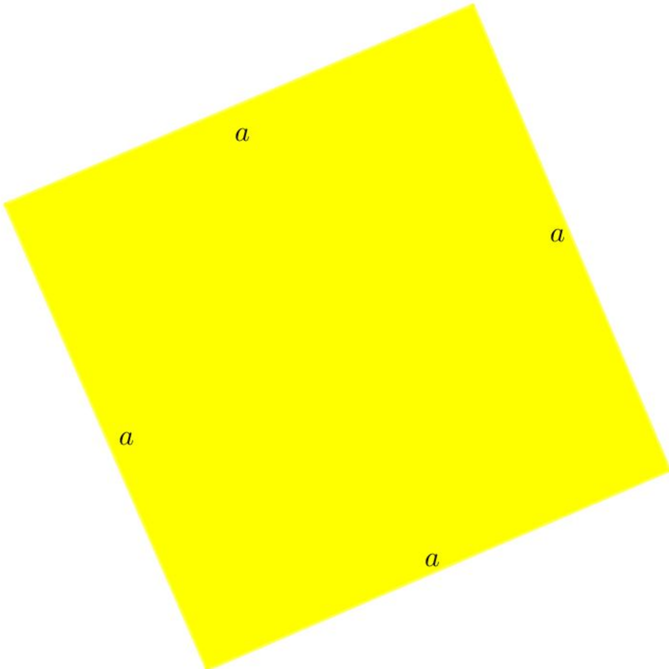
- Sobre o quadrado MNOP, remonte a figura como inicialmente.

Veja figura abaixo



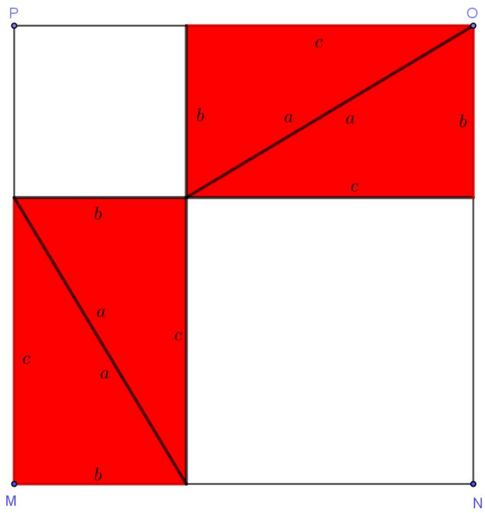
- Retire a peça quadrada do centro. Qual a área desta peça?

Já foi mostrado anteriormente que esta peça é um quadrado de lado medindo a unidades, logo sua área mede a² unidades de área.



- Manipulando os 4 triângulos retângulos anteriores, monte sobre o quadrado MNOP dois retângulos, de modo que tenham em comum um único vértice.

Uma solução para a situação proposta é mostrada abaixo, há outras somente mudando a posição dos retângulos



Investigando o que acontece:

- Quais as dimensões de cada retângulo?

Os retângulos terão como dimensões as medidas dos catetos do triângulo retângulo, ou seja, c unidades de comprimento e b unidades de largura.

- Quais as figuras formadas pelos espaços vazios?

Espera-se que os alunos percebam que teremos dois quadrados, um menor de lado b e um maior de lado c.

- Qual a soma das áreas das figuras formadas pelos espaços vazios não ocupados pelos retângulos?

Aqui, é essencial que os alunos calculem a área de cada quadrado individualmente e notem que a soma será: $b^2 + c^2$.

- O que vocês percebem?

Os alunos devem perceber que área branca não sofreu mudança de valor, somente mudou de “forma”, o que era antes um quadrado, agora se transformou em dois.

- Qual a conclusão do grupo fundamentada nesta exploração?

Espera-se que os alunos concluam que $a^2 = b^2 + c^2$, ou seja, que num triângulo retângulo vale a seguinte propriedade: “ O quadrado da medida da hipotenusa é igual a soma dos quadrados das medidas dos catetos”.