

Resolução da Atividade Principal - MAT8_27ALG03

Agora que você já conhece a Torre de Hanói, vamos identificar uma regularidade entre a quantidade de discos e o número de movimentos mínimos para levar os discos de uma haste a outra.

E então? Se a lenda for verdade, quando o mundo irá acabar?

Discos	Nº de movimentos	Regularidade
2	3	$2 + 1$ ou $4 - 1 = 2^2 - 1$
3	7	$3 \times 2 + 1$ ou $8 - 1 = 2^3 - 1$
4	15	$7 \times 2 + 1$ ou $2^4 - 1$
5	31	$2^5 - 1$
6	63	$2^6 - 1$
7	127	$2^7 - 1$
n	-----	$2^n - 1$

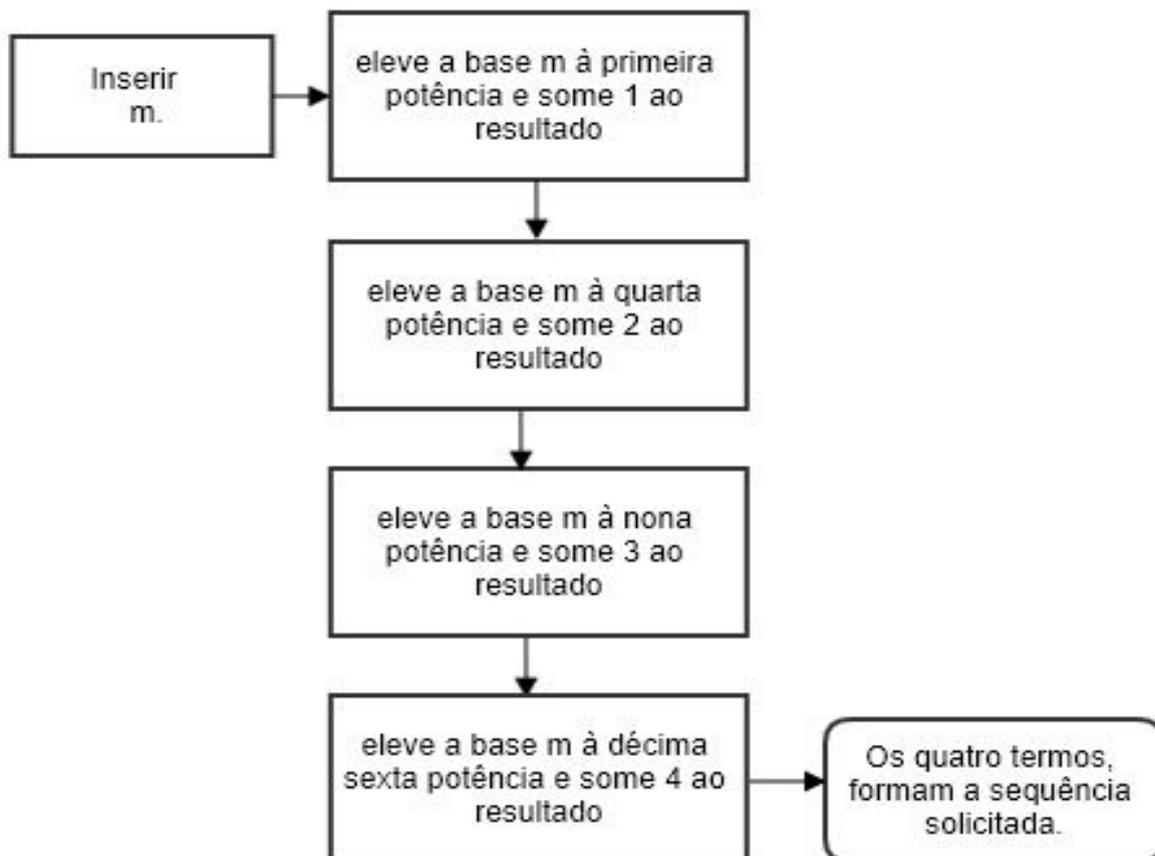
$$2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$$

Resolução da Atividade Raio X - MAT8_27ALG03

Temos, um fluxograma desmontado, que representa uma sequência, organize-o e em seguida expresse os termos dessa sequência.



RESPOSTA



Termo geral: $a_n = m^{n^2} + n$

Resolução da Atividade Complementar - MAT8_27ALG03

1-Agora que você já conhece o jogo **Torre de Hanói**, vamos trabalhar alguns algoritmos relacionados a ele.

- a) Leia atentamente o enunciado de cada algoritmo e complete as frases que faltam:

I) Algoritmo para saber qual o número mínimo de passos que devo utilizar para completar a torre de Hanói

- A) Determine o número de discos utilizados
- B) Calcule a potência de base 2 e cujo expoente é o número inserido
- C) Subtraia 1 do resultado**
- D) O número obtido é a quantidade de movimentos

II) Algoritmo que monta uma sequência de expressões representando as quantidades de movimentos mínimas para 1 disco, 2 discos, 3 discos... até n discos.

- A) Escolha um valor de n como sendo o máximo de discos que a torre irá comportar
- B) Considere o número de discos como sendo $d = 1$
- C) Considere o número de movimentos como sendo $m = 1$**
- D) Escreva "para d discos, preciso de m movimentos"
- E) Aumente uma unidade no valor de d
- F) Multiplique o valor de m por 2 e **some 1 ao resultado**
- G) Enquanto $d \leq n$, repita os passos **D, E e F**

- b) Teste esse algoritmo para os números 1, 23, 50 e 63 e explique por que ele funciona.

- A. Insira um número qualquer
- B. Esse número é ímpar?
 - a. Se não, ele não faz parte da sequência
 - b. Se sim, some um ao número
- C. Divida o resultado por 2
- D. O quociente é 1?
 - a. Se sim, o número faz parte da sequência
 - b. Se não, verifique se o quociente é par.
 - i. Se sim, volte ao passo C
 - ii. Se não, o número não faz parte da sequência.

RESPOSTA:

Para $n = 1$, temos: 1 é ímpar. Somando 1 com 1 obtemos 2. Dividindo por 2, o quociente é 1. O número faz parte da sequência.

Para $n = 23$, temos: 23 é ímpar. Somando 23 com 1 obtemos 24. Dividindo por 2, o quociente é 12 (par). Dividindo por 2, o quociente é 6 (par). Dividindo por 2 o quociente é 3 (ímpar). O número não faz parte da sequência.

Para $n = 50$, temos: 50 é par. O número faz parte da sequência.

Para $n = 63$, temos: 63 é ímpar. Somando 63 com 1 obtemos 64. Dividindo por 2, o quociente é 32 (par). Dividindo por 2, o quociente é 16 (par). Dividindo por 2 o quociente é 8 (par). Dividindo por 2 o quociente é 4 (par). Dividindo por 2 o quociente é 2 (par). Dividindo por 2 o quociente é 1. O número faz parte da sequência.

Esse algoritmo funciona por que testa se o número é da forma $2^n - 1$. Se o número for dessa forma, quando somamos 1 ao número obtemos uma potência de 2. Dividindo esse número repetidamente por 2 deve-se chegar em 1. Se não chegar em 1 é por que o número não é dessa forma, ou seja, não está na sequência.

2-Observe a seguir os quatro primeiros termos de uma sequência de figuras constituídas por quadrados. Com exceção do primeiro, cada termo da sequência tem mais um quadrado do que o termo anterior.

Em cada termo da sequência, dois quadrados adjacentes têm um lado comum.



1º termo



2º termo



3º termo



4º termo

Qual das seguintes sentenças expressa o número total de segmentos de reta de medida unitária usados para construir o termo de ordem n dessa sequência?

(A) $3n$

(B) $4n$

(C) $3n + 4$

(D) $4n + 3$

A sequência formada por cada termo é:

$$a_1 = 7, a_2 = 10, a_3 = 13 \text{ e } a_4 = 16.$$

Para determinar o termo geral para essa sequência, basta observar que a cada termo aumenta-se um quadrado acrescentando apenas 3 segmentos. Como temos no primeiro termo um quadrado completo (com 4 lados) e mais um quadrado formado com um acréscimo de 3 segmentos, a sequência pode ser vista da seguinte maneira:

$$a_1 = 4 + 3 = 7$$

$$a_2 = 4 + 3 + 3 = 10$$

$$a_3 = 4 + 3 + 3 + 3 = 13$$

...

$$a_n = 4 + n \times 3$$

Logo, temos: $a_n = 3n + 4$, representado pela alternativa C.

3-Descreva um passo a passo que determine uma sequência numérica formada pela quantidade de segmentos de reta de cada termo da sequência da questão 2.

Passos sugeridos para formação da sequência:

1-Inserir o número 4;

2-Somar o número anterior com 3. Armazene o termo na sequência;

4-Repetir o passo 2 até que a sequência tenha a quantidade desejada de termos.

Outra possibilidade de passos:

1-Considerar $n = 1$

2-Multiplicar 3 por n e somar 4 ao resultado. Armazene esse número como sendo o termo de ordem n .

3-Some uma unidade ao valor de n

4-Repita os passos 2 e 3 até que o valor de n seja maior que a quantidade de termos que se deseja na sequência.