Resolução da atividade complementar - MAT9_02NUM09

1) Dada as potências abaixo, indique qual seria a raiz equivalente com menor índice.

a) $5^{\frac{5}{15}}$

É possível perceber o denominador no expoente refere-se ao índice da raiz, e o numerador ao expoente do radicando.

$$5^{\frac{5}{15}} = \sqrt[15]{5^5}$$

Porém, é possível obter um fator comum no expoente, podendo ser simplificado.

$$5^{\frac{5}{15}} = 5^{\frac{1}{3}\times\frac{5}{5}} = 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$$

Logo,

$$\sqrt[15]{5^5} = \sqrt[3]{5}$$

$$5^{\frac{5}{15}} = \sqrt[3]{5}$$

b) $4^{\frac{3}{8}}$

Neste caso, há uma particularidade, o 4 pode ser fatorado.

$$4^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{4^3} = \sqrt[8]{(2^2)^3} = \sqrt[8]{2^6}$$

$$4^{\frac{3}{8}} = \left(2^2\right)^{\frac{3}{8}} = 2^{2\times\frac{3}{8}} = 2^{\frac{2\times3}{8}} = 2^{\frac{3}{4}}$$

Logo,

$$2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3}$$

$$\sqrt[8]{2^6} = \sqrt[4]{2^3}$$

2) Dois estudantes afirmaram as seguintes sentenças:

- **Estudante 1:**

A ideia de frações equivalentes no expoente só pode ser usada se o resultado for uma raiz quadrada.

- **Estudante 2**

Pelo que percebi é possível que, usando frações equivalentes no expoente, podemos obter frações mais simples, por exemplo, uma raiz cúbica.

Verifique se as sentenças são verdadeiras, justificando sua resposta.

O estudante 1 comete um engano ao afirmar que o resultado deve ser apenas raiz quadrada. O estudante 2 faz uma afirmação verdadeira.
Um contra-exemplo do estudante 1 e exemplo justificando a afirmação do estudante 2 está abaixo.

$$\sqrt[18]{7^{12}} = 7^{\frac{12}{18}} = 7^{\frac{2}{3} \times \frac{6}{6}} = 7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$$
$$\sqrt[18]{7^{12}} = \sqrt[3]{7^2}$$

Logo, utilizando expoente com frações equivalentes, é possível obter uma raiz diferente da raiz quadrada e que pode ser uma raiz cúbica.

3) Resolvas as operações abaixo utilizando as propriedades de potência.

a) $\sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[3]{5}$

$$2^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} = (2^2 \times 5)^{\frac{1}{3}}$$
$$(2^2 \times 5)^{\frac{1}{3}} = (4 \times 5)^{\frac{1}{3}}$$
$$(4 \times 5)^{\frac{1}{3}} = (20)^{\frac{1}{3}}$$
$$(20)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{20}$$
$$\sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{20}$$

b) $\sqrt[8]{3} \times \sqrt[4]{8}$

$$3^{\frac{1}{8}} \times 8^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{8}} \times (2^3)^{\frac{1}{4}}$$
$$3^{\frac{1}{8}} \times (2^3)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{8}} \times 2^{3 \times \frac{1}{4}}$$
$$3^{\frac{1}{8}} \times 2^{3 \times \frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{8}} \times 2^{\frac{3 \times 1}{4}}$$
$$3^{\frac{1}{8}} \times 2^{\frac{3 \times 1}{4}} = 3^{\frac{1}{8}} \times 2^{\frac{3}{4}}$$

Para deixar os expoentes com denominador igual, temos que encontrar um fator comum para isso, nesse caso, $\frac{2}{2}$.

$$3^{\frac{1}{8}} \times 2^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{1}{8}} \times 2^{\frac{3}{4} \times \frac{2}{2}}$$
$$3^{\frac{1}{8}} \times 2^{\frac{3}{4} \times \frac{2}{2}} = 3^{\frac{1}{8}} \times 2^{\frac{6}{8}}$$
$$3^{\frac{1}{8}} \times 2^{\frac{6}{8}} = (3 \times 2^6)^{\frac{1}{8}}$$
$$(3 \times 2^6)^{\frac{1}{8}} = (3 \times 64)^{\frac{1}{8}}$$

$$(3 \times 64)^{\frac{1}{8}} = (192)^{\frac{1}{8}}$$
$$(192)^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{192}$$
$$\sqrt[8]{3} \times \sqrt[4]{8} = \sqrt[8]{192}$$

Ressalte aos estudantes que esta é uma forma de demonstrar a multiplicação de raízes com índices diferentes.

c) $\frac{\sqrt[5]{6}}{\sqrt[5]{9}}$

$$\frac{\sqrt[5]{6}}{\sqrt[5]{9}} = \frac{6^{\frac{1}{5}}}{9^{\frac{1}{5}}}$$
$$\frac{6^{\frac{1}{5}}}{9^{\frac{1}{5}}} = \left(\frac{6}{9}\right)^{\frac{1}{5}}$$
$$\left(\frac{6}{9}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{5}}$$
$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{\frac{2}{3}}$$
$$\frac{\sqrt[5]{6}}{\sqrt[5]{9}} = \sqrt[5]{\frac{2}{3}}$$

Caso haja tempo, busque resolver pelos métodos vistos em aulas anteriores, de multiplicação e divisão com raízes. Discuta com os alunos semelhanças e diferenças entre os métodos.