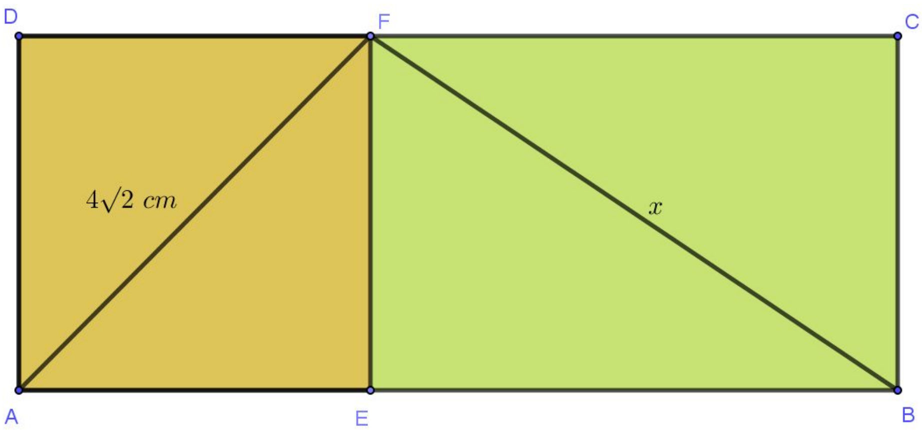
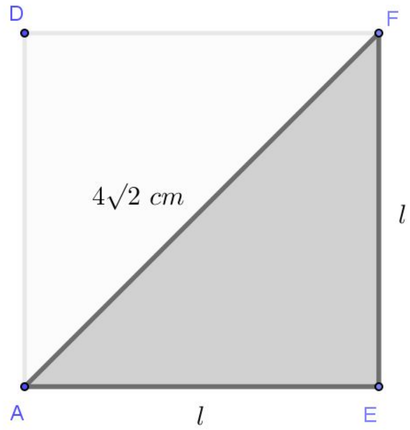
Resolução das Atividades Complementares - MAT9_15GEO06

1) Abaixo temos um retângulo ABCD e um quadrado AEFD. Determine a medida desconhecida x, sabendo que EB = 6 cm.



Resolução:
Para calcular a medida x=FB, espera-se que o aluno perceba que EBCF é um retângulo e, dessa forma, poderá aplicar o Teorema de Pitágoras no triângulo EBF (ou no BCF). Mas para tanto, precisará achar antes a medida do lado EF do retângulo, que coincide com a medida do lado do quadrado AEFD. A figura abaixo ilustra esta etapa:



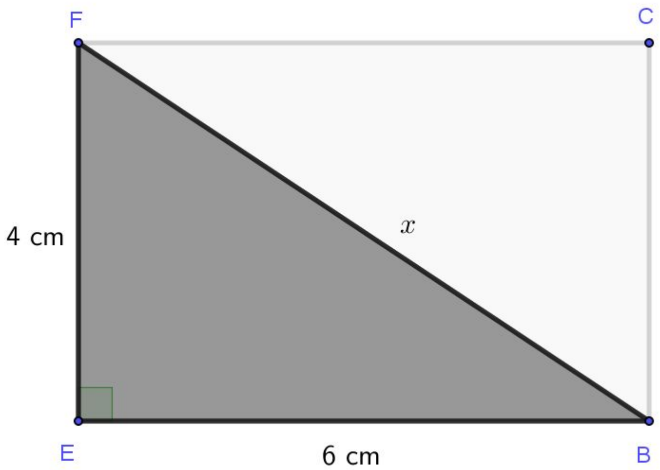
Assim, aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo AEF, onde a diagonal AF do retângulo é a hipotenusa do triângulo, temos:

$$AE^2 + EF^2 = AF^2 \Rightarrow l^2 + l^2 = (4\sqrt{2})^2 \Rightarrow$$

$$2l^2 = 16 \,.\, 2 \Rightarrow 2l^2 = 32 \Rightarrow$$

$l^2 = 32/2 \Rightarrow l^2 = 16 \Rightarrow l = 4\ cm = EF$

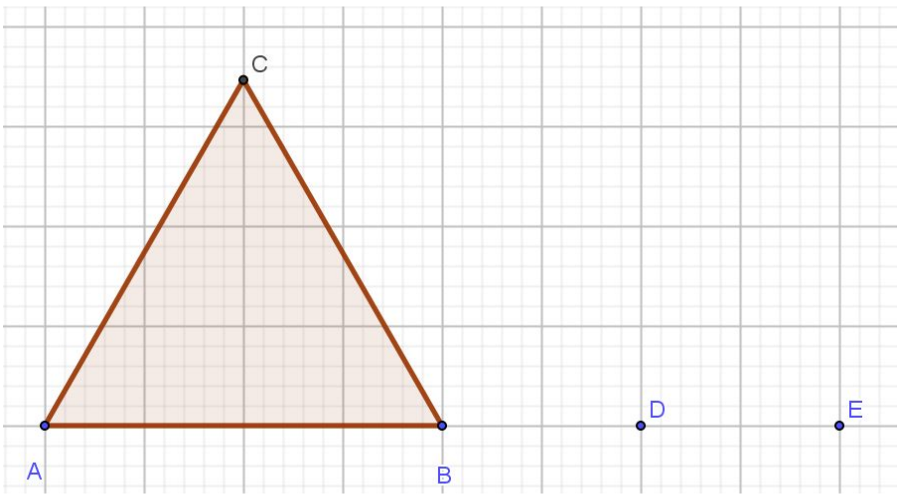
*Como já temos agora a medida EF, necessária para calcularmos a medida **x** solicitada, basta aplicar o Teorema de Pitágora no triângulo retângulo EBF, conforme figura abaixo:*



$BF^2 = BE^2 + EF^2 \Rightarrow x^2 = 4^2 + 6^2 = 52 \Rightarrow x^2 = 52 \Rightarrow x = \sqrt{52}\ cm \Rightarrow$

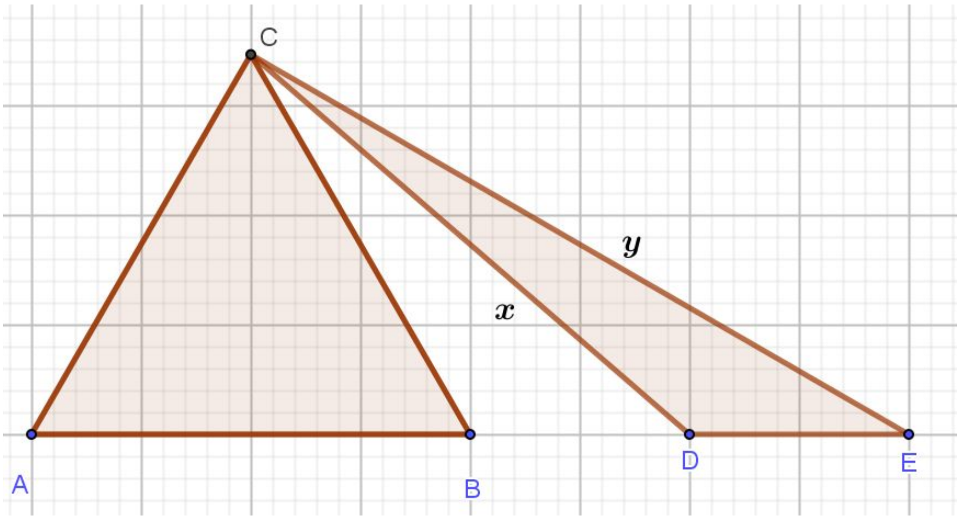
$x = \sqrt{4.13}\ cm \Rightarrow x = 2\sqrt{13}\ cm.$

2) Na figura seguinte, o triângulo ABC é equilátero. Determine o perímetro CDE.



Resolução:

*Na figura seguinte temos o triângulo **CDE** destacado.*

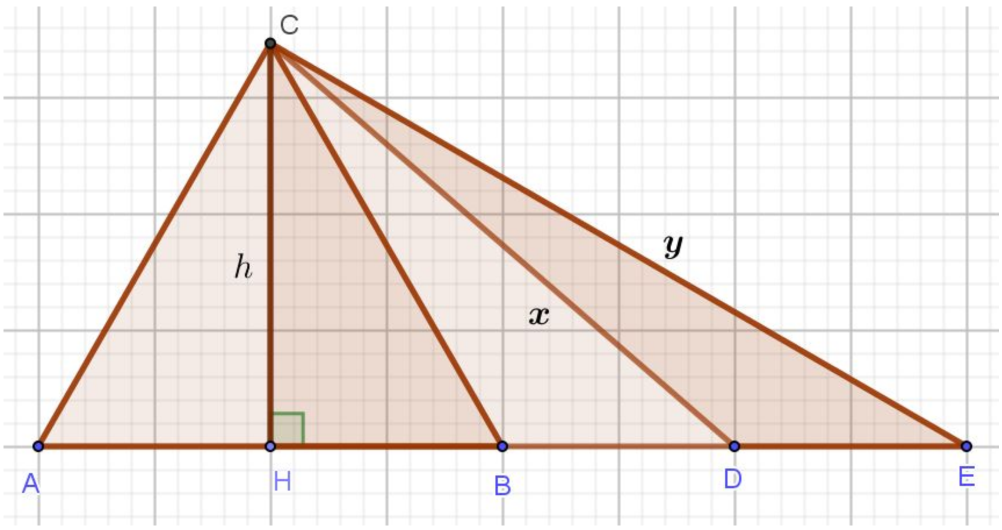


*Como a questão pede o perímetro do triângulo **CDE**, será necessário calcular a medida dos 3 lados do mesmo. Note que a medida **DE** é obtida de forma direta, ou seja, **DE=2** unidades. Espera-se que os alunos percebam as medidas **CD** = x e **CE** = y podem ser obtidas através do teorema de Pitágoras, no entanto, será necessário obter antes a altura do triângulo equilátero **ABC**.*

*A medida da altura do triângulo equilátero **ABC** pode ser obtida de forma direta, pelo modelo desenvolvido na aula, onde a=4 é a medida do lado do triângulo:*

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{4\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 2\sqrt{3} \ \ unidades$$

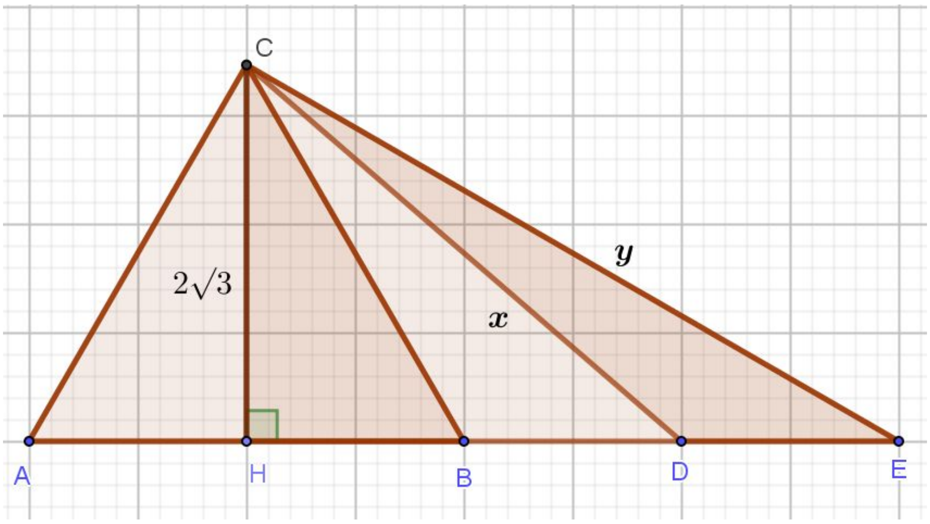
Ou aplicando o Teorema de Pitágoras. A figura destaca a altura AH no triângulo ABC:



Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$BC^2 = BH^2 + CH^2 \Rightarrow 4^2 = 2^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 16 - 4 \Rightarrow h^2 = 12 \Rightarrow$$
$$h = \sqrt{12} \Rightarrow h = \sqrt{4\,.\,3} \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

*Na figura abaixo temos destacados dois triângulos retângulos **CHD** e **CHE**, que serão auxiliares para a obtenção das medidas **x** e **y**.*



*Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo **CHD**, temos:*

$$CH^2 + HD^2 = CD^2 \Rightarrow (2\sqrt{3})^2 + 4^2 = x^2 \Rightarrow x^2 = 12 + 16 \Rightarrow x^2 = 28$$
$$x = \sqrt{28} \Rightarrow x = \sqrt{4\,.\,7} \Rightarrow x = 2\sqrt{7} \ \textit{unidades}$$

*Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo **CHE**, temos:*

$$CH^2 + HE^2 = CE^2 \Rightarrow (2\sqrt{3})^2 + 6^2 = y^2 \Rightarrow y^2 = 12 + 36 \Rightarrow y^2 = 48$$
$$y = \sqrt{48} \Rightarrow x = \sqrt{16\,.\,3} \Rightarrow y = 4\sqrt{3} \ \textit{unidades}$$

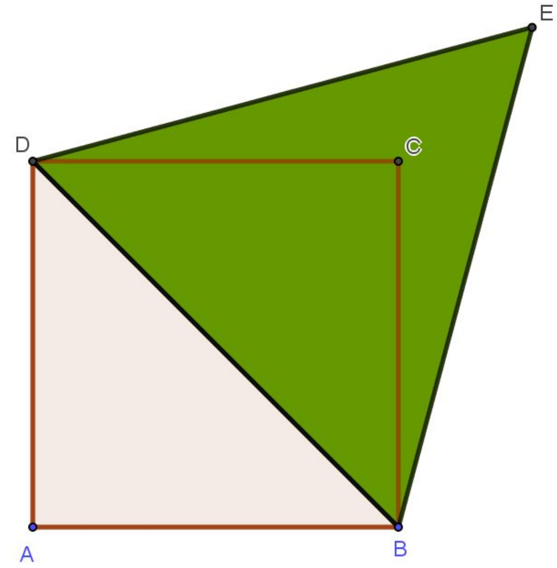
*Dessa forma, o perímetro **2p** do triângulo **CDE** mede:*

$$2p = CD + DE + CE \Rightarrow 2p = x + 2 + y \Rightarrow 2p = (2\sqrt{7} + 2 + 4\sqrt{3}) \ \textit{unidades}$$

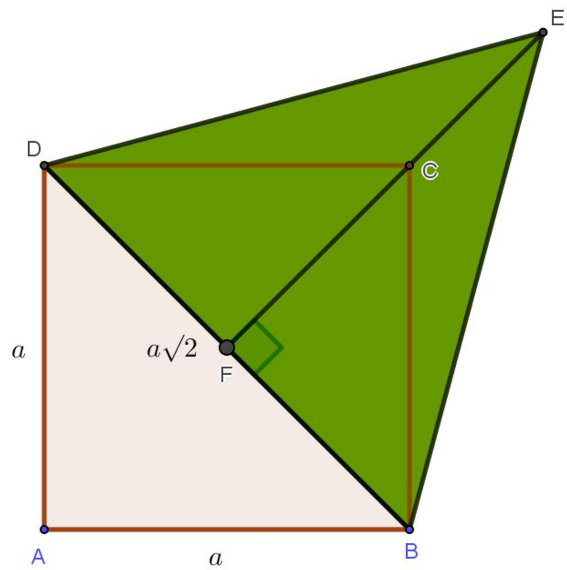
3) [Desafio] Sobre a diagonal de um quadrado de lado a é construído um triângulo equilátero. Determine a relação entre a altura do triângulo e a medida do lado do quadrado.

Resolução:

A figura seguinte mostra uma construção possível, uma vez que o quadrado possui duas diagonais, logo teremos duas possibilidades de construção do triângulo equilátero, para cada diagonal. Mas, sem alterações no resultado, uma vez que a medida do lado será a mesma.



*A diagonal do quadrado de lado **a** pode ser obtida de forma direta pela relação deduzida em aula, ou seja, sendo **d** a medida da diagonal, temos que **d** =* $a\sqrt{2}$ *unidades.*



*Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo **BFE**, onde **BF**=* $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ *e **BE**=* a *e **FE** é altura procurada:*

$$BE^2 = BF^2 + EF^2 \;\Rightarrow\; a^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + FE^2 \;\Rightarrow\; FE^2 = a^2 - \frac{2a^2}{4}$$

$$FE^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} \Rightarrow FE^2 = \frac{2a^2 - a^2}{2} \Rightarrow FE^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow FE = \sqrt{\frac{a^2}{2}} \Rightarrow$$

$$FE = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow FE = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$