Resolução da atividade complementar - MAT9_02NUM03

1) Das relações abaixo, quais são válidas e quais não são? Justifique sua resposta.

a) $4 < 1 + \sqrt{7} < 5$

Para verificar o intervalo de valores, é necessário verificar os intervalos dos radicais que compõem a expressão.

Como $4 \leq 7 \leq 9$, temos que $\sqrt{4} \leq \sqrt{7} \leq \sqrt{9}$, logo $2 \leq \sqrt{7} \leq 3$.
Para encontrar a expressão, soma-se 1, logo $2 + 1 \leq \sqrt{7} + 1 \leq 3 + 1$, portanto $3 \leq 1 + \sqrt{7} \leq 4$ seria a resposta correta. Essa alternativa não é válida.

b) $\sqrt{49} < \sqrt{10} + \sqrt{18} < \sqrt{81}$

Verifica-se que:

Como $9 \leq 10 \leq 16$ temos que $\sqrt{9} \leq \sqrt{10} \leq \sqrt{16}$, logo $3 \leq \sqrt{10} \leq 4$.
Como $16 \leq 18 \leq 25$ temos que $\sqrt{16} \leq \sqrt{18} \leq \sqrt{25}$, logo $4 \leq \sqrt{18} \leq 5$.

Somando os radicais e os valores maior e menor do intervalo.

$$3 + 4 \leq \sqrt{10} + \sqrt{18} \leq 4 + 5$$
$$7 \leq \sqrt{10} + \sqrt{18} \leq 9$$

Como $7 = \sqrt{49}$ e $9 = \sqrt{81}$, temos que:

$$\sqrt{49} \leq \sqrt{10} + \sqrt{18} \leq \sqrt{81}$$

A expressão é válida.

c) $\sqrt{1} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5}$

Como $1 \leq 2 \leq 4$ temos que $\sqrt{1} \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{4}$, logo $1 \leq \sqrt{2} \leq 2$.
Como $1 \leq 3 \leq 4$ temos que $\sqrt{1} \leq \sqrt{3} \leq \sqrt{4}$, logo $1 \leq \sqrt{3} \leq 4$.

Somando os radicais e os valores maior e menor do intervalo.

$$1 + 1 \leq \sqrt{2} + \sqrt{3} \leq 2 + 2$$
$$2 \leq \sqrt{2} + \sqrt{3} \leq 4$$

Como $2 \neq \sqrt{1}$ e $4 \geq \sqrt{5}$, temos que a expressão não é válida, pois o valor da expressão $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ é pode ser maior que $\sqrt{5}$.

2) Escreva expressões com raízes não exatas que poderiam estar entre o

intervalo entre 6 e 8.

Para essa questão é necessário realizar o processo inverso. Para isso, primeiramente é aconselhado escrever o valor maior e o valor menor como soma de números.

O 6 pode ser escrito como $\{1+5;\ 2+4;\ 3+3\}$, enquanto o 8 poderia ser escrito como $\{1+7;\ 2+6;\ 3+5;\ 4+4\}$.

Escolhe-se um par de soma de cada número. Por exemplo, será escolhido $1+5$ para o 6, e $2+6$ para o 8.
Logo:

$$6 \le Raiz1 + Raiz2 \le 8$$
$$1+5 \le Raiz1 + Raiz2 \le 2+6$$

Temos que:

$$1 \le Raiz1 \le 2$$
$$\sqrt{1} \le Raiz1 \le \sqrt{4}$$

Assim, os possíveis valores de Raiz1 podem ser $\{\sqrt{2},\ \sqrt{3}\}$
O mesmo pode ser feito para a Raiz2.

$$5 \le Raiz2 \le 6$$
$$\sqrt{25} \le Raiz2 \le \sqrt{36}$$

Assim, os possíveis valores para Raiz2 seriam $\{\sqrt{26};\ \sqrt{27};\ ...;\ \sqrt{35}\}$

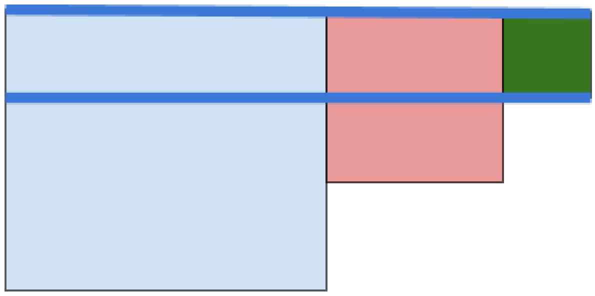
Possíveis expressões seriam:

$$\sqrt{2}+\sqrt{26};\ \sqrt{2}+\sqrt{27};\ ...;\ \sqrt{2}+\sqrt{35};\ \sqrt{3}+\sqrt{26};...;\sqrt{2}+\sqrt{35}$$

Qualquer expressão dessa lista satisfaria a condição.

$$6 \le \sqrt{2}+\sqrt{26} \le 8$$

3) No caso abaixo, o quadrado azul tem medida de área 90, o quadrado rosa tem medida de área 42 e o verde tem medida de área 21.



Considere que o traço azul é um elástico. Caso quisesse prender os três quadrados com um elástico, qual deveria ser o intervalo de medida de um dos elásticos?

a) 19 a 22 b)15 a 18 c) 12 a14 d) 23 a 25

Primeiro, é preciso definir qual será o comprimento do elástico necessário. No caso, o quadrado azul tem medida de área igual 90, portanto a medida do seu lado será $\sqrt{90}$. Por sua vez, o quadrado rosa tem medida de área igual a 42. Logo, seu lado terá medida igual a $\sqrt{42}$. Por fim, o quadrado verde tem medida de área igual a 21, logo seu lado irá medir $\sqrt{21}$.

É possível verificar que a medida do elástico precisará ter medida suficiente para passar pela união do lado dos quadrados, ou seja, a soma dos lados.

Para pensar nos intervalos possíveis é preciso estimar os valores das raízes a partir de raízes com valores conhecidos que satisfaçam o que se pede (números naturais, por exemplo). Para isso, pode-se pensar nas raízes exatas que imediatamente menores e maiores que a raiz desejada.

Para o quadrado azul, temos:

$$\sqrt{81} \leq \sqrt{90} \leq \sqrt{100}$$
$$9 \leq \sqrt{90} \leq 10$$

Para o quadrado rosa, temos:

$$\sqrt{36} \leq \sqrt{42} \leq \sqrt{49}$$
$$6 \leq \sqrt{42} \leq 7$$

Para o quadrado verde, temos:

$$\sqrt{16} \leq \sqrt{21} \leq \sqrt{25}$$
$$4 \leq \sqrt{21} \leq 5$$

Logo,

$$9 \leq \sqrt{90} \leq 10$$
$$6 \leq \sqrt{42} \leq 7$$
$$4 \leq \sqrt{21} \leq 5$$

Como precisamos da soma dos lados:

$$9 + 6 + 4 \leq \sqrt{90} + \sqrt{42} + \sqrt{21} \leq 10 + 7 + 5$$

Pode-se observar que, para encontrar um intervalo adequado para os valores da soma das raízes, devemos considerar os menores valores e os maiores valores no intervalo que encontramos a partir das raízes exatas. Logo, somamos os valores maiores e os menores. Portanto,

$$19 \leq \sqrt{90} + \sqrt{42} + \sqrt{21} \leq 22$$

Resposta: letra a, pois será necessário um intervalo entre 19 e 22. Vale ressaltar que alguns desses passos podem ser feitos mentalmente.

Caso optasse por fita adesiva, qual deveria ser o valor de medida aproximado de uma das fitas?

a) 72,5 b) 54 c) 30,5 d) 21,5

Para fazer uma estimativa do valor aproximado, é interessante fazer uma análise dos intervalos.

$$\sqrt{16} \leq \sqrt{21} \leq \sqrt{25}$$

Percebe-se que o valor dentro das raízes, o 21, é um valor intermediário entre 16 e 25. Logo, se

$$4 \leq \sqrt{21} \leq 5$$

Temos que

$$\sqrt{21} \simeq 4,5.$$

O mesmo pode ser percebido para:

$$\sqrt{36} \leq \sqrt{42} \leq \sqrt{49}$$
$$6 \leq \sqrt{42} \leq 7$$

$$\sqrt{42} \simeq 6,5$$

Percebe-se que 90 é um valor intermediário entre 81 e 100, logo:

$$\sqrt{81} \leq \sqrt{90} \leq \sqrt{100}$$
$$9 \leq \sqrt{90} \leq 10$$
$$\sqrt{90} \simeq 9,5$$

Portanto:

$$\sqrt{21} + \sqrt{42} + \sqrt{90} \simeq 4,5 + 6,5 + 9,5 = 20,5$$

Obs: Mostre aos estudantes que o valor calculado na calculadora para esse essa soma é aproximadamente 20,55. Bem próximo ao estimado.