Resolução do Raio-X - MAT9_02NUM07

Resolva as seguintes expressões:

a) $2\sqrt{5} \times 3\sqrt[3]{8}$

Pode-se fatorar os radicais e então manipular os índices para igualar as raízes.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right) 2^3$$

$$2\sqrt{5} \times 3\sqrt[3]{2^3} = 2\sqrt{5} \times 3 \times 2$$
$$2\sqrt{5} \times 3\sqrt[3]{8} = 12\sqrt{5}$$

Ou, pode-se trabalhar os índices e então fatorar.
Para isso, primeiramente faz-se o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre os índices das raízes. Neste caso $2\sqrt{5} \times 3\sqrt[3]{8}$, MMC (2, 3) = 6.

Logo, para cada raíz multiplica-se o índice da raíz pelo número cujo resultado seja o MMC, e com este mesmo número, multiplica-se o expoente do radicando.

Para $\sqrt{5}$:

$$\sqrt{5} = \sqrt[2\times 3]{5^3} = \sqrt[6]{5^3}$$

Para $\sqrt[3]{8}$:

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3\times 2]{8^2} = \sqrt[6]{8^2}$$

Substituindo na equação original:

$$2\sqrt{5} \times 3\sqrt[3]{8} = 2\sqrt[6]{5^3} \times 3\sqrt[6]{8^2}$$
$$2\sqrt[6]{5^3} \times 3\sqrt[6]{8^2} = 2 \times 3\sqrt[6]{5^3 \times 8^2}$$

Como sabe-se que $8 = 2^3$

$$2 \times 3\sqrt[6]{5^3 \times 8^2} = 6\sqrt[6]{5^3 \times (2^3)^2}$$
$$6\sqrt[6]{5^3 \times (2^3)^2} = 6\sqrt[6]{5^3 \times 2^6}$$
$$6\sqrt[6]{5^3 \times 2^6} = 6 \times 2\sqrt[6]{5^3}$$
$$6 \times 2\sqrt[6]{5^3} = 12\sqrt[6]{5^3}$$

Posteriormente será visto que $6 \times 2\sqrt[6]{5^3} = 12\sqrt{5}$

b) $\sqrt[5]{3} \times 2\sqrt{2}$

Para isso, primeiramente faz-se o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre os índices das raízes. Neste caso $\sqrt[5]{3} \times 2\sqrt{2}$, MMC (2, 5) = 10.

Logo, para cada raíz multiplica-se o índice da raíz pelo número cujo resultado seja o MMC, e com este mesmo número, multiplica-se o expoente do radicando.

Para $\sqrt[5]{3}$:

$$\sqrt[5]{3} = \sqrt[5\times2]{3^2} = \sqrt[10]{3^2}$$

Para $\sqrt{2}$:

$$\sqrt[2]{2} = \sqrt[2\times5]{2^5} = \sqrt[10]{2^5}$$

Substituindo na equação original:

$$\sqrt[5]{3} \times 2\sqrt{2} = \sqrt[10]{3^2} \times 2\sqrt[10]{2^5}$$
$$\sqrt[10]{3^2} \times 2\sqrt[10]{2^5} = 1 \times 2\sqrt[10]{3^2 \times 2^5}$$

Portanto,

$$2\sqrt[10]{3^2 \times 2^5} = 2\sqrt[10]{9 \times 32}$$
$$2\sqrt[10]{288}$$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{3}}$

Procede-se de forma similar à multiplicação.

Primeiramente, faz-se o MMC entre os índices. Neste caso, $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{3}}$, MMC(3, 6) = 6.

Logo, para cada raíz multiplica-se o índice da raíz pelo número cujo resultado seja o MMC, e com este mesmo número, multiplica-se o expoente do radicando.

Para $\sqrt[3]{3}$:

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[3\times2]{3^2} = \sqrt[6]{3^2}$$

Para $\sqrt[6]{3}$:

$$\sqrt[6]{3} = \sqrt[6\times1]{3^1} = \sqrt[6]{3}$$

Substituindo na equação original:

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{3}} = \frac{\sqrt[6]{3^2}}{\sqrt[6]{3}}$$

$$\frac{\sqrt[6]{3^2}}{\sqrt[6]{3}} = \sqrt[6]{\frac{3^2}{3}}$$
$$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{3}} = \sqrt[6]{3}$$

d) $\frac{\sqrt[5]{7}}{\sqrt[3]{4}}$

Procede-se de forma similar à multiplicação.
Primeiramente, faz-se o MMC entre os índices. Neste caso, $\frac{\sqrt[5]{7}}{\sqrt[3]{4}}$, MMC(3, 5) = 15.
Logo, para cada raíz multiplica-se o índice da raíz pelo número cujo resultado seja o MMC, e com este mesmo número, multiplica-se o expoente do radicando.

Para $\sqrt[5]{7}$:

$$\sqrt[5]{7} = \sqrt[5\times3]{7^3} = \sqrt[15]{7^3}$$

Para $\sqrt[3]{4}$:

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3\times5]{4^5} = \sqrt[15]{4^5}$$

Substituindo na equação original:

$$\frac{\sqrt[5]{7}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[15]{7^3}}{\sqrt[15]{4^5}}$$
$$\frac{\sqrt[15]{7^3}}{\sqrt[15]{4^5}} = \sqrt[15]{\frac{7^3}{4^5}}$$
$$\frac{\sqrt[5]{7}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[15]{\frac{7^3}{4^5}} \text{ ou } \frac{\sqrt[5]{7}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[15]{\frac{343}{1.024}}$$