

Resoluções das atividades complementares - MAT8_13ALG04

1- Considere os conjuntos $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{0,1,2\}$ e a equação $ax^2 = b$. Se o coeficiente a for um número do conjunto A e o coeficiente b for um número do conjunto B , escreva todas as equações $ax^2 = b$ possíveis se $b < a$, obtendo suas respectivas respostas.

Resolução:

Como $b < a$ temos os casos $b = 0$ e $a = 1, 2$ ou 3 , $b = 1$ e $a = 2$ ou 3 e $b = 2$ e $a = 3$.

$$1.x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$2.x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$3.x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$2.x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \sqrt{1/2} \text{ ou } x = -\sqrt{1/2}$$

$$3.x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \sqrt{1/3} \text{ ou } x = -\sqrt{1/3}$$

$$3.x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2/3} \text{ ou } x = -\sqrt{2/3}$$

2- Considere que você possui três cartões na mesa, um com o número zero, outro com o número -1 e outro com o número 1. Sorteamos um cartão para ser o valor de a , recolocamos o cartão na mesa, e sorteamos um cartão para ser o valor de b . Agora na equação $ax^2 = b$, escreva todas as possíveis equações com todos os possíveis desfechos.

Resolução:

Poderemos ter: $1.x^2 = 1$, $1.x^2 = 0$, $1.x^2 = -1$, $0x^2 = 1$, $0x^2 = 0$, $0x^2 = -1$, $-1x^2 = 1$, $-1x^2 = 0$ e $-1x^2 = -1$

Alguns casos são equivalentes, como o $1.x^2 = -1$ e $-1.x^2 = 1$, e também o $1.x^2 = 1$ e $-1.x^2 = -1$. Os casos $-1.x^2 = 0$ e $1.x^2 = 0$ são equivalentes também assim como o $0.x^2 = 1$ e $0.x^2 = -1$

$$1.x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1$$

$$1.x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$0.x^2 = 1$ não possui solução

$0.x^2 = 0$ possui infinitas soluções. Pense em um número qualquer, coloque ele ao quadrado e multiplique por zero. A resposta é sempre zero!

3- [Desafio] Considere as seguintes afirmações. Justifique as afirmações verdadeiras, e encontre exemplos que falham nas afirmações falsas. Sobre uma equação do tipo $ax^2 = b$ podemos afirmar que:

a) Se a ou b forem positivos, essa equação tem duas soluções.

b) Se a for igual a zero então essa equação nunca tem solução.

c) Se b for igual a zero, então $x = 0$ é sempre solução.

d) Essa equação pode ter uma única solução, duas soluções, nenhuma solução ou infinitas

Resolução

a) Falso, se $b = 0$, temos a equação $ax^2 = 0$. Se a for 1, por exemplo, a equação fica $x^2 = 0$ que só tem a solução $x = 0$.

b) Falso, se $b = 0$ a equação fica $0x^2 = 0$. Perceba que qualquer número que você pensar e colocar no lugar do x funciona como solução.

c) Verdadeiro. Veja que a equação fica $ax^2 = 0$, pelas afirmações anteriores concluímos que de fato $x = 0$ é solução.

d) Verdadeiro, essa é a conclusão sobre essa aula, uma vez que nas aulas anteriores conseguimos identificar os casos de ter uma solução ou duas soluções, e nessa aula vimos os casos de não ter solução ou ter infinitas soluções.