

Planos de aula / Matemática / 6º ano / Geometria

Desenvolvendo os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos

Por: Marcelo Aparecido Casadei / 29 de Março de 2018

Código: **MAT6_15GEO09**

Sobre o Plano

Este plano de aula foi elaborado pelo Time de Autores NOVA ESCOLA

Autor: Marcelo Ap. Casadei

Mentor: Renata S. Gonçalves

Especialista de área: Pricilla Mendes Cerqueira

Habilidade da BNCC

EF06MA19- Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

Objetivos específicos

Desenvolver os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos.

Conceito-chave

Propriedades dos paralelogramos

Recursos necessários

Barbantes coloridos;
Régua;
Transferidor;
Cartolina;
Cola.

Desenvolvendo os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos

Materiais complementares

-  **Documento**
Atividade Raio X
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/dhrfgSb2b8mXrpZz2EmsCuqSDaG8rUCwyyFWjrdjQ5MUGDzYHFCuvSVC2apzw/ativraiox-mat6-15geo09.pdf>
-  **Documento**
Atividade Complementar
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/VCzYrmqe8X57FPGSayd6qNmB384Vj8d3jBnnRbad46JhQwH3RkKQjkTdfWyE/ativcomp-mat6-15geo09.pdf>
-  **Documento**
Resolução da Atividade Principal
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/cHrqyPytZwbAEBEYJB99gWy34WAxtdhazrHU8PYMZVysaT5HgHMG9QE7XfcP/resol-ativaula-mat6-15geo09.pdf>
-  **Documento**
Guia de Intervenção
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/uKdNEgHDuNah6xw8nSDwQPgfd6uQMkWg6zj4EMMdKSbsVDSVEy7TjwvscNA5/guiainterv-mat6-15geo09.pdf>
-  **Documento**
Resolução do Raio X
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/wWtVnWWQ2saUb678ebrejvcGnUbjvBbcKRpA5D3HVUyZHKAWUK9UQbRtYdsW/resol-ativraiox-mat6-15geo09.pdf>
-  **Documento**
Resolução da Atividade Complementar
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/f7ARvgJ3p8qsVHGgRBNKgRQ4pVcKfXapd3V63GBGMsts5GkVTMs4wWnhbc7k/resol-ativcomp-mat6-15geo09.pdf>
-  **Documento**
Referências bibliográficas para consulta
<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/8mcXDF7jxqQAdkP2Dy5pgKRtnC5eZZkfDFnZWDkeFPEv4gNzBU4R54qKU8VB/referencias-bibliograficas-para-consulta.pdf>

Desenvolvendo os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos

Slide 1 Resumo da aula

Orientações: Este slide não é um substituto para as anotações para o professor e não deve ser apresentado para os alunos. Trata-se apenas de um resumo da proposta para apoiá-lo na aplicação do plano em sala de aula.

Orientação: Leia atentamente o plano inteiro e as anotações para o professor. Busque antecipar quais questões podem surgir com a sua turma e preveja adequações ao nível em que seus alunos estão.

Compartilhe o objetivo da aula com os alunos antes de aplicar proposta.

Na aba “Sobre o plano”, confira os conhecimentos que sua turma já deve dominar para seguir essa proposta.

Se quiser salvar o plano no seu computador, faça download dos slides na aba “Materiais complementares”. Você também pode imprimir-lo clicando no botão “imprimir”.

Atividades	Objetivo principal	Ação principal	Tempo sugerido
Aquecimento	Relembrar o que caracteriza um paralelogramo.	Pedir que os alunos desenhem alguns paralelogramos na lousa e expliquem o que os qualifica como tal	6 min
Atividade	Compreender que as propriedades dos paralelogramos montados serão recorrentes em todos os outros.	Montar um paralelogramo, realizar as medições e comparar com outros paralelogramos dos outros grupos, buscando perceber as características que se manterão inalteradas.	24 min
Painel de soluções	Apresentar as soluções encontradas pelos grupos, estabelecendo comparações entre as observações anotadas para a compreensão das propriedades dos paralelogramos.	Conversar com os grupos, de maneira que as definições das propriedades dos paralelogramos partam deles mesmos.	6 min
Encerramento	Fazer o encerramento do tema com um resumo da atividade principal com os resultados acertados.	Estimular os alunos a exporem suas observações durante as conversas com o professor e com os outros grupos, sugerindo anotações sobre o que assimilaram na aula.	6 min
Raio X	Constatar a compreensão das características que qualificam determinados quadriláteros como paralelogramos.	Resolução de uma atividade onde se verificará que o aluno entendeu as condições que fazem um quadrilátero poder ser considerado um paralelogramo.	6 min

Desenvolvendo os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos

Slide 2 Objetivo

Tempo sugerido: 2 minutos.

Orientação: Projete ou leia o objetivo para a turma.

Para acessar documento com sugestões de Referências Bibliográficas, clique [aqui](#).

Propósito: Compartilhar o objetivo da aula.

Objetivo: Compreender os conceitos e aplicar as propriedades dos paralelogramos

Desenvolvendo os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos

Slide 3 Aquecimento

Tempo sugerido: 6 minutos

Orientações: Peça a alguns alunos para desenharem paralelogramos na lousa. Neste momento seria interessante algum aluno “errar” e desenhar um trapézio, se isso não ocorrer o professor pode fazer o desenho. Com o “erro” pode-se questionar os alunos:

Todos os quadriláteros desenhados são paralelogramos?

Por que o trapézio não pode ser considerado um paralelogramo?

Como o quadrado pode ser “quadrado, retângulo, losango e paralelogramo” ao mesmo tempo?

Propósito: Relembrar por que alguns quadriláteros também podem ser definidos como paralelogramos.



Vamos relembrar quais são os paralelogramos.

Desenvolvendo os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos

Slide 4 Atividade principal

Tempo sugerido: 24 minutos

Orientações: Peça aos alunos que se organizem em grupos para a realização da atividade. Diga para juntarem as carteiras, distribua 4 pedaços de barbantes, sendo 2 de 25 cm de comprimento, e 2 de 35 cm de comprimento (não diga aos alunos as medidas dos barbantes). Será melhor se os barbantes forem coloridos, cada par de uma cor. Distribua também uma folha de cartolina por grupo, uma cola, uma régua e um transferidor. Explique aos grupos que eles deverão colar os barbantes na cartolina formando um paralelogramo (não pode ser retângulo, pois deverão possuir ângulos diferentes, de maneira que os paralelogramos construídos pelos grupos não sejam todos iguais), traçar as diagonais com lápis e fazer as medições com a régua e o transferidor, diga para “não” anotarem nenhuma medida na cartolina, peça para fazerem um esboço no caderno com as medidas encontradas. Depois que tiverem feito e anotado as medidas no esboço peça aos grupos para trocarem as cartolinas e que façam as medições novamente e anotem os valores em outro esboço (uma troca é o suficiente). Com os valores em mãos diga para fazerem comparações e que estabeleçam quais são as características presentes em qualquer paralelogramo.

Converse com os alunos:

O paralelogramo de seu grupo é igual ao paralelogramo do outro grupo?

Quais as principais diferenças entre os paralelogramos comparados?

Propósito: Compreender que as características observadas no paralelogramo montado vão se manter em qualquer outro.

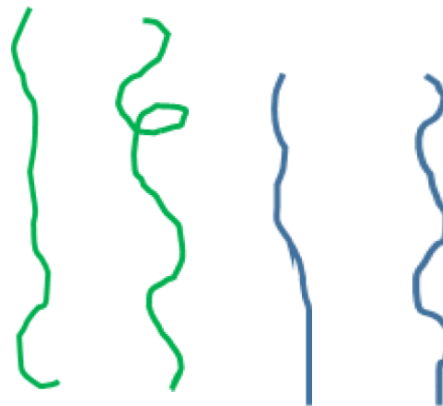
Materiais complementares para impressão:

[Resolução da Atividade Principal](#)

[Guia de intervenção](#)



Construindo paralelogramos com
barbantes
(e descobrindo mais sobre eles)



nova
escola

Desenvolvendo os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos

Slide 5 Analisando as soluções

Tempo sugerido: 6 minutos

Orientações: A atividade realizada admite a construção de muitos paralelogramos com valores diferentes de ângulos. Por essa razão deve ser feita a comparação entre os paralelogramos construídos pelos grupos. A análise deve ser feita com as observações que os próprios alunos fizeram no seu paralelogramo e no paralelogramo do outro grupo. Sugira que os grupos apresentem os resultados de suas comparações e as observações anotadas.

Questione os grupos:

Os comprimentos dos lados do paralelogramo que seu grupo montou são iguais ao dos outros grupos?

As diagonais dos paralelogramos comparados possuem o mesmo comprimento?

Os ângulos dos paralelogramos comparados são iguais?

Os ângulos apresentam alguma particularidade nos paralelogramos comparados?

As diagonais se cruzam sempre no mesmo ponto?

Propósito: Instigar o raciocínio dos alunos para que percebam por eles mesmos as propriedades dos paralelogramos com relação a seus ângulos e diagonais.

Materiais complementares para impressão:

[Resolução da Atividade Principal](#)

[Guia de intervenção](#)



Vamos analisar as comparações feitas

Propriedades dos paralelogramos

- Os lados opostos são iguais (congruentes);
- Os ângulos opostos são congruentes;
- Os ângulos adjacentes são suplementares;
- As diagonais cortam-se ao meio.

Desenvolvendo os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos

Slide 6 Encerramento

Tempo sugerido: 6 minutos

Orientações: Aproveite a análise da atividade principal para fazer o encerramento da aula. Utilize as observações feitas pelos alunos para elencar as propriedades que os paralelogramos devem possuir. Peça aos alunos que copiem no caderno as propriedades confirmadas no diálogo.

Questione os alunos:

Por que os paralelogramos montados possuíam ângulos diferentes e lados iguais?

Qual propriedade foi mais difícil de perceber?

Seria possível, usando os barbantes que foram dados ao seu grupo, construir um paralelogramo que também fosse retângulo? E quadrado? E losango? Por quê?

Propósito: Aprofundar os conhecimentos sobre paralelogramos pela compreensão das propriedades que o definem.



O que conseguimos perceber comparando os paralelogramos montados pelos grupos?

Desenvolvendo os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos

Slide 7 Raio X

Tempo sugerido: 6 minutos

Orientações: Explique que será uma atividade individual, onde verificaremos se o conteúdo da aula foi assimilado. Distribua as folhas com os exercícios de raio X esclarecendo que as respostas devem ser explicadas, não bastando apenas colocar os resultados.

Propósito: Confirmar os objetivos conquistados através da análise do raio X feito individualmente.

Materiais complementares para impressão:

[Raio X](#)

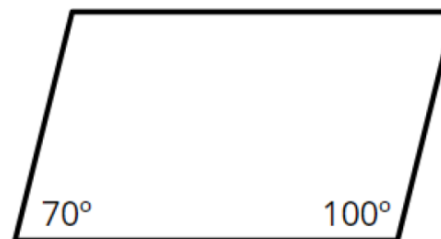
[Resolução do raio x](#)

[Atividade complementar](#)

[Resolução da atividade complementar](#)

[Referências bibliográficas para consulta](#)

- 1) Podemos afirmar que a figura abaixo representa um paralelogramo? Explique.



Podemos afirmar que a figura abaixo representa um paralelogramo? Explique.



Podemos afirmar que a figura abaixo representa um paralelogramo? Explique.



Podemos afirmar que a figura abaixo representa um paralelogramo? Explique.



Podemos afirmar que a figura abaixo representa um paralelogramo? Explique.



Podemos afirmar que a figura abaixo representa um paralelogramo? Explique.



Podemos afirmar que a figura abaixo representa um paralelogramo? Explique.

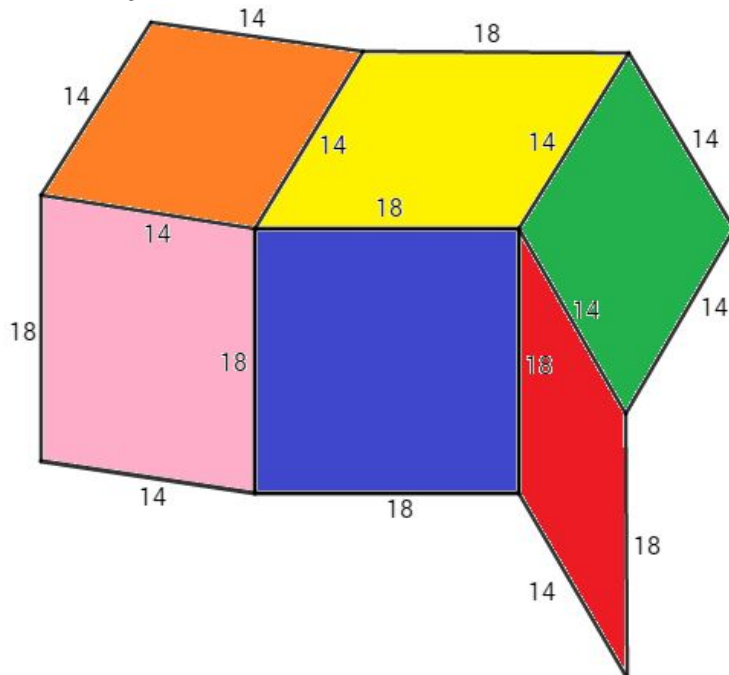


- 1) Com base nos conhecimentos sobre as propriedades dos paralelogramos, determine todos os ângulos internos do paralelogramo abaixo:



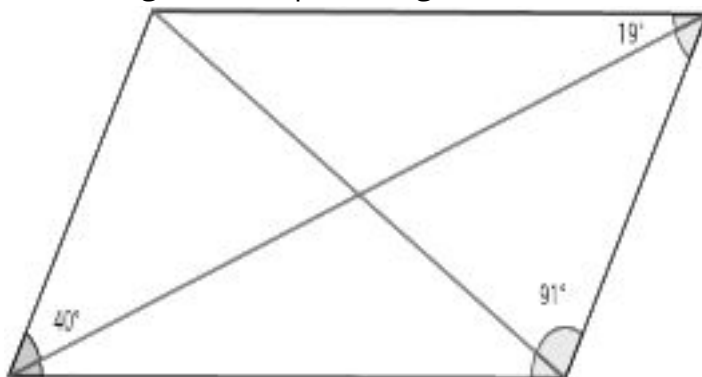
- 2) Observe a figura abaixo. Existe algum quadrilátero que seja somente paralelogramo? Justifique.

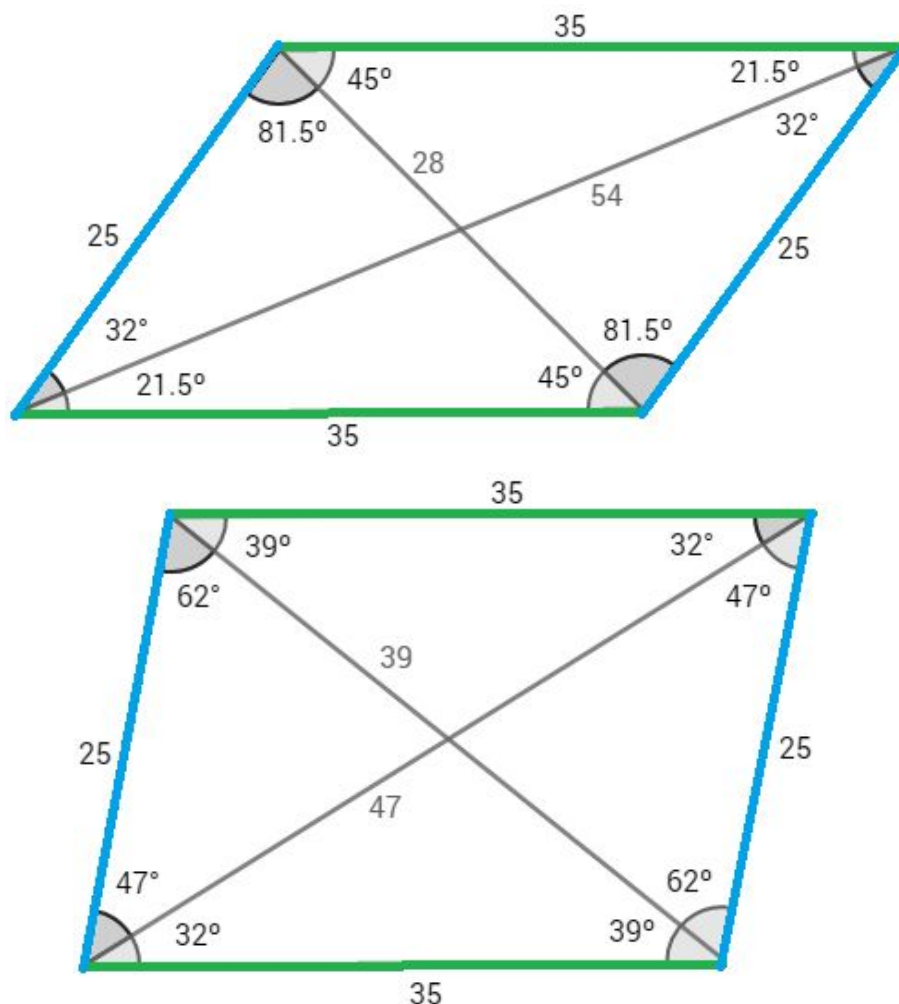
Observação: os valores dos lados estão em centímetros.



DESAFIO

- 3) Determinar o valor dos ângulos formados pelo encontro das duas diagonais do paralelogramo abaixo:





Construímos dois paralelogramos com as mesmas medidas de lados, usamos o GeoGebra, que calculou os valores dos ângulos e dos lados (estão em centímetros).

Como cada grupo montou o seu paralelogramo, as únicas medidas iguais em todos paralelogramos montados serão dos lados (representamos em cores diferentes), os ângulos não possuirão os mesmos valores.

Apresentamos as observações a serem feitas em tópicos:

- Os lados opostos são iguais (congruentes);
- Os ângulos opostos são congruentes;
- Os ângulos adjacentes são suplementares;
- As diagonais cortam-se ao meio.

Todas essas observações serão comprovadas somente quando todos os grupos apresentarem as suas anotações que irão corroborar as afirmações feitas. Relembrando que o professor “não” entregará as respostas prontas para os alunos, são eles que devem chegar a essas conclusões. Se, porventura não fizeram determinada observação, é no momento da análise das soluções que o professor deverá direcionar a atenção dos alunos para a comparação que não foi notada por eles para que a percebam.

Guia de intervenções

MAT6_15GEO09 / Entendendo as características dos paralelogramos

Possíveis dificuldades na realização da atividade	Intervenções
- Grupo cola os barbantes e percebe que um dos lados ficou maior ou menor e não consegue montar o paralelogramo.	Explique que antes de colar os barbantes devem se certificar que as pontas vão se encontrar. Depois de feito isso podem colar. Não devem se preocupar se ficar muito inclinado, desde que o paralelogramo caiba na cartolina, estará correta a montagem.
- Aluno quer montar o paralelogramo sem intercalar os lados iguais, o que descaracteriza a figura.	Retome com o aluno o que torna um quadrilátero um paralelogramo (lados opostos paralelos). Explique que para considerarmos os lados paralelos, os mesmos devem estar sempre à mesma distância.
- Como os paralelogramos construídos possuem ângulos diferentes, o aluno encontra dificuldades em estabelecer semelhanças.	Diga ao aluno com essa dificuldade que ele não deve esperar que os valores dos ângulos sejam iguais, mas que devem apresentar certas peculiaridades que sempre vão se repetir. Questione ao aluno se ele consegue perceber que outros tipos de quadriláteros também podem ser considerados paralelogramos, como o retângulo e o losango, por exemplo. As semelhanças nada mais são do que certas características que irão se repetir em todos os paralelogramos.
- O aluno não se lembra o que são diagonais e por essa razão não sabe como traçá-las no paralelogramo.	Explique que diagonal é a reta que une dois vértices não consecutivos. Se necessário, para um entendimento mais fácil, pode dizer

	ao aluno que diagonal é a reta que liga duas “pontas” opostas do paralelogramo.
- Aluno não consegue observar alguma semelhança entre as diagonais traçadas, pois possuem medidas diferentes.	Explique que a observação sobre a diferença entre as medidas das diagonais está correta, mas as observações devem ir “além” das diferenças. Diga para observar outros aspectos entre as diagonais, como por exemplo, o ponto em que se cruzam, essa é uma distância a ter suas medidas consideradas.
- O grupo apenas compara os ângulos e não observa outra particularidade importante dos paralelogramos.	Peça ao grupo para somar alguns ângulos, fazendo com que somem dois ângulos adjacentes e descubram que são sempre suplementares em todos os paralelogramos.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE DE RAIOS X

- 1) Podemos afirmar que a figura abaixo representa um paralelogramo? Explique.



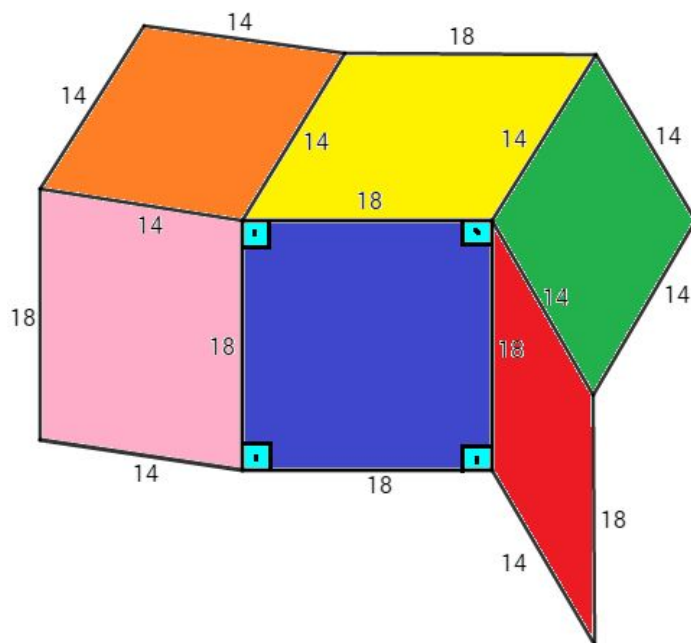
A figura **não representa** um paralelogramo pois seus lados não são paralelos. Para serem paralelos os ângulos destacados em vermelho teriam que ser iguais. Por essa razão, a distância entre os vértices da base do quadrilátero é diferente da distância entre os vértices superiores. Seus lados, portanto, possuem comprimentos diferentes, pois uma das condições para ser um paralelogramo é possuir todos os lados iguais e paralelos, o que não ocorre.

RESOLUÇÃO DAS ATIVIDADES COMPLEMENTARES

- 1) Com base nos conhecimentos sobre as propriedades dos paralelogramos, determine todos os ângulos internos do paralelogramo abaixo:
Para completarmos o paralelogramo com os ângulos restantes, usaremos a propriedade dos ângulos opostos serem congruentes e os ângulos adjacentes serem complementares.



- 2) Observe a figura abaixo. Existe algum quadrilátero que seja somente paralelogramo? Justifique.
Observação: os valores dos lados estão em centímetros.



Sim. Os quadriláteros amarelo, rosa e vermelho apresentam apenas os lados opostos iguais e portanto paralelos. Não apresentando ângulos retos nem diagonais perpendiculares. Portanto podem ser considerados apenas paralelogramos.

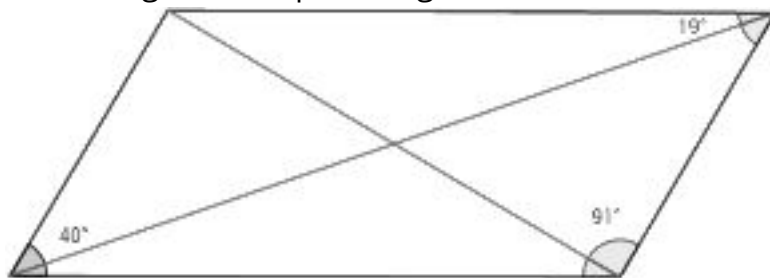
Já os quadriláteros laranja e verde, além de lados opostos paralelos, possuem diagonais perpendiculares, pois seus quatro lados são iguais. Podem ser classificados como losangos e paralelogramos.

O quadrilátero azul possui além de lados opostos paralelos, os quatro lados iguais, quatro ângulos retos e diagonais perpendiculares. Ele será quadrado, retângulo, losango e paralelogramo.

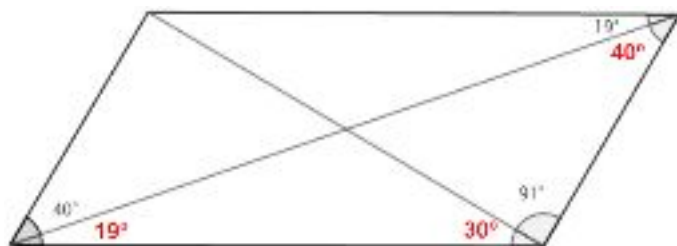
ângulos retos e diagonais perpendiculares. Ele será quadrado, retângulo, losango e paralelogramo.

DESAFIO

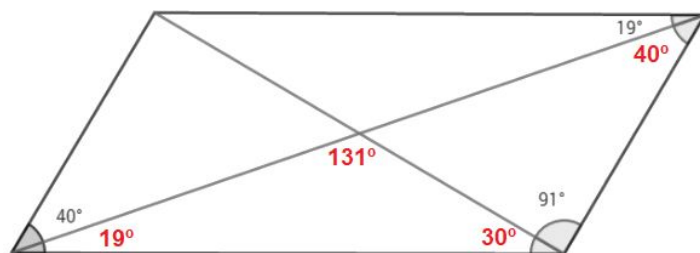
- 3) Determinar o valor dos ângulos formados pelo encontro das duas diagonais do paralelogramo abaixo:



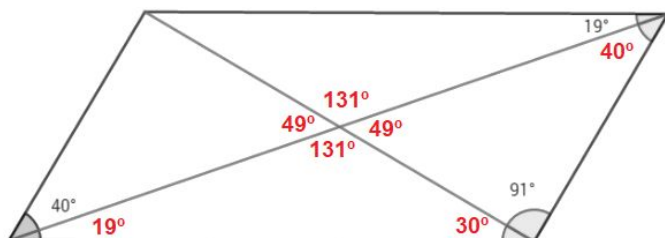
Observando o paralelogramo percebemos que os ângulos 40° e 19° fazem parte do mesmo ângulo de 59° , pois o ângulo de 40° ocupa a posição ao lado do ângulo de 19° e vice e versa. Sabendo que o ângulo de 59° mais o ângulo oposto valem 180° (suplementares), temos que o ângulo ao lado de 91° valerá 30° .



Devemos nos lembrar que a soma dos ângulos internos dos triângulos valem 180° , temos que $19^\circ + 30^\circ + \mathbf{131^\circ} = 180^\circ$.



Agora é só completar com os ângulos que faltam no encontro das diagonais. Lembrando que os opostos são iguais e os adjacentes são suplementares.



Sugestões de Referências bibliográficas para consulta

Boaler J. **Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da Matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador.** Porto Alegre: Penso, 2018.

Cadar L., Dutenhofner F. **Encontros de Geometria.** Rio de Janeiro: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada – IMPA Estrada Dona Castorina, 2015.

Dolce O. **Fundamentos da Matemática Elementar: Geometria Plana.** 7 ed. São Paulo: Atual, 1993.

FOMIN, Dmitri et al. **Círculos Matemáticos – a experiência russa.** Rio de Janeiro. IMPA. 2010.

LIMA E. L. **Matemática e ensino. (Coleção do Professor de Matemática).** Rio de Janeiro: SBM, 2001.

LIMA E. L. **Meu professor de matemática e outras histórias.** Rio de Janeiro: SBM, 2004.

MUNIZ NETO A. C. **Tópicos de Matemática Elementar – Volume 2 Geometria Euclidiana Plana.** SBM

Morgado A. C., Wagner E., Jorge M. **Geometria I.** 5 ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1990.

Pesco D. U. **Geometria básica.** v.1 / Roberto Geraldo Tavares Arnaut. 2.ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

WAGNER E. **Construções geométricas. (Coleção do Professor de Matemática).** Rio de Janeiro: SBM, 1993.

TICs na Matemática: Ensinando e aprendendo com tecnologias na educação. **Coleção de Materiais do PROFMAT: Mestrado Profissional em Matemática.** Disponível em: <http://www.ticsnamatematica.com/2015/01/colecao-materiais-PROFMAT-Mestrado-Profissional-Matematica.html>. Acesso: 6 de nov. 2017.

Kahn Academy. **Geometria: Todo o conteúdo.** Disponível em : <https://pt.khanacademy.org/math/geometry-home>. Acesso: 6 de nov. 2017.