

Resoluções das atividades complementares - Sistema de Equações Lineares

1) Uma professora do oitavo ano queria separar a turma em duplas e trios para fazer uma atividade. Na turma tinha 35 alunos e a professora conseguiu formar 15 grupos. Quantos trios a professora conseguiu fazer?

Resposta: 5 trios.

Relações lineares estabelecidas:

Total de grupos: $d + t = 15$

Total de alunos: $2d + 3t = 35$

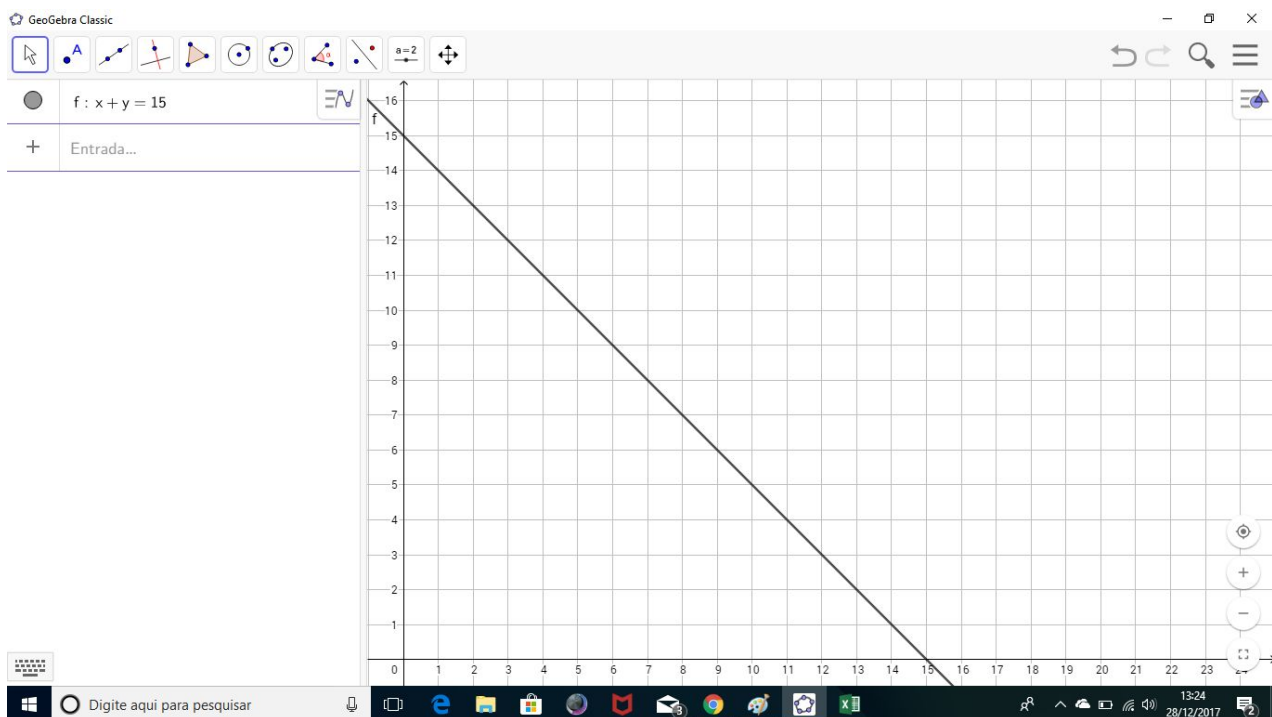
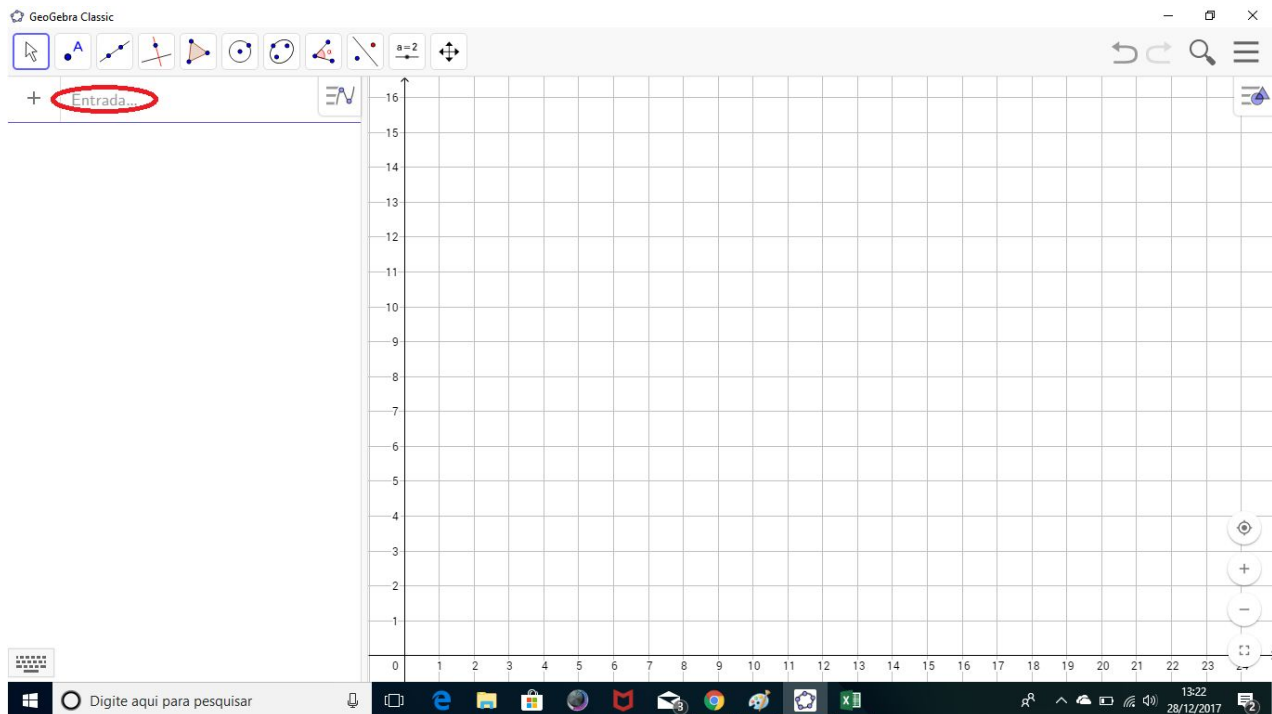
Sistema produzido:

$$\begin{cases} d + t = 15 \\ 2d + 3t = 35 \end{cases}$$

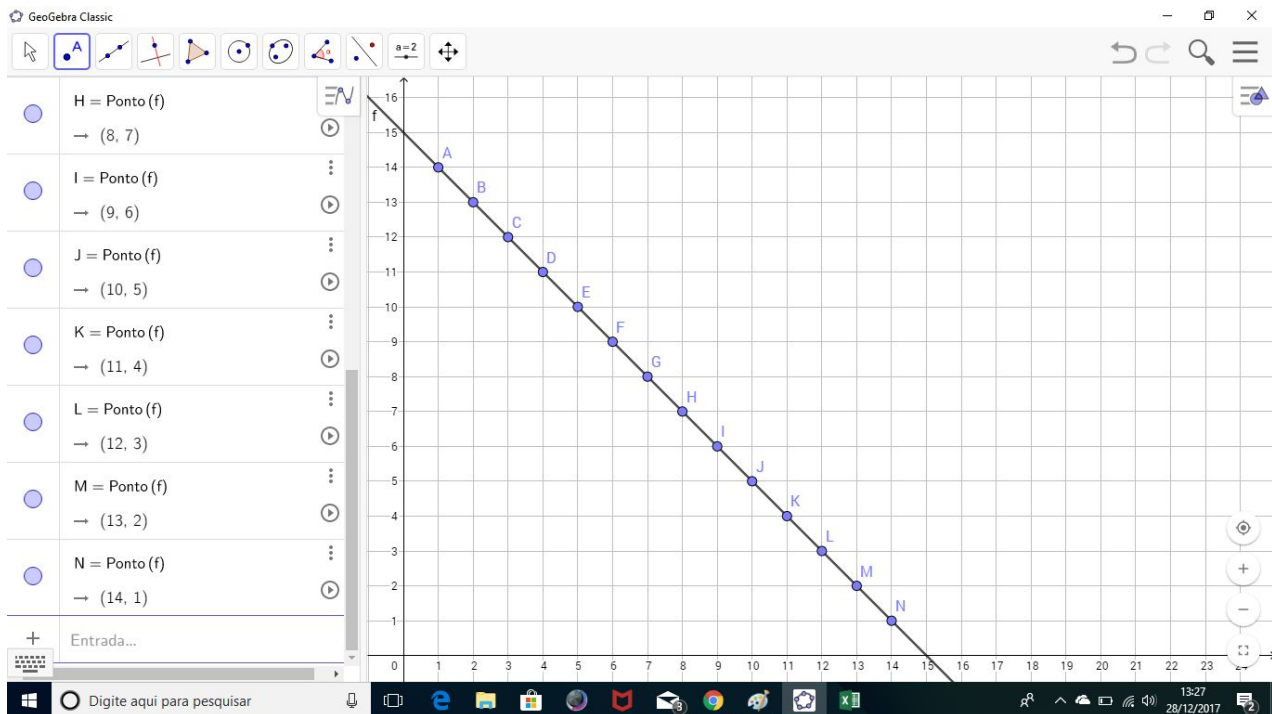
Representação no plano cartesiano:

Solução utilizando o GeoGebra:

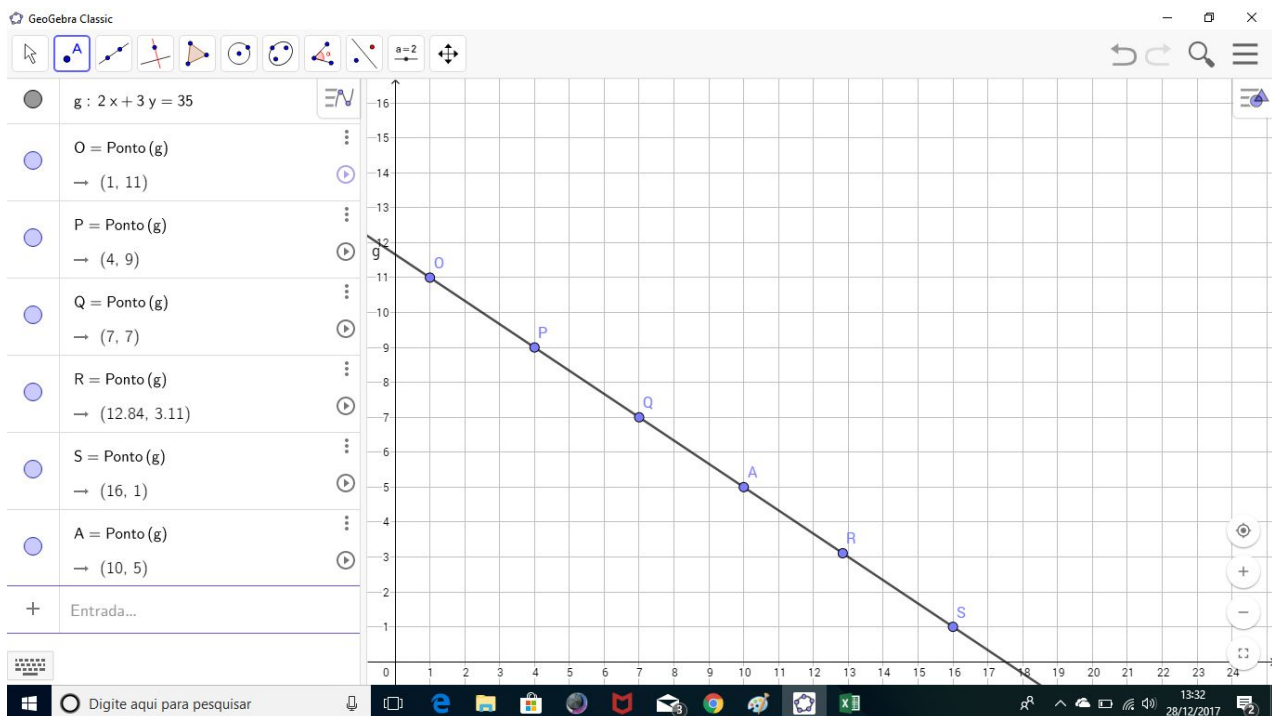
Sugerimos, para essa atividade, utilizar o GeoGebra. Este aplicativo traça os gráficos ao se mudar as incógnitas "d" e "t" para "x" e "y", ou seja, nesta nova representação, a letra x representa o número de duplas e a letra y o número de trios. Desta forma, digitando $x+y=15$ e apertando o enter na região destinada à entrada, aparecerá a representação desta relação no plano cartesiano.



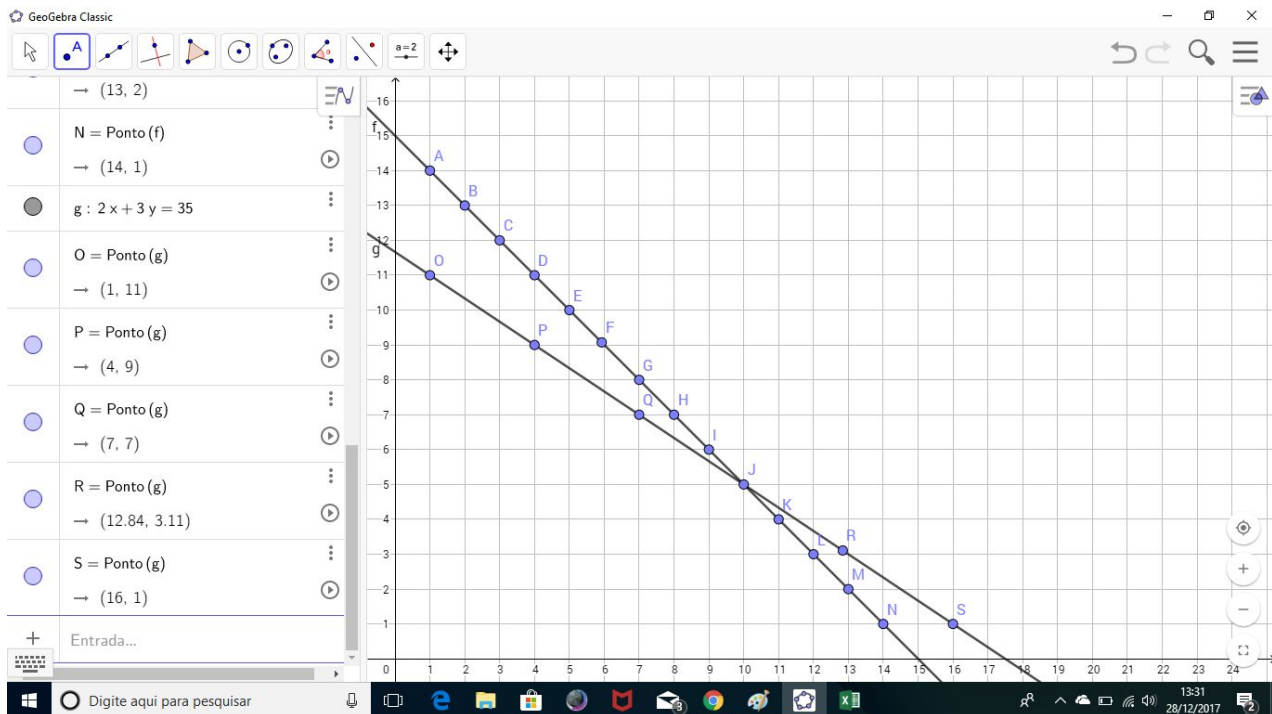
É importante lembrar que a solução é apenas os pontos das retas que representam valores inteiros.



Por outro lado, digitando $2x+3y=35$ no campo de entrada teremos a representação desta outra relação no plano cartesiano.



Assim, a solução será quando essas duas retas se encontrarem.



As retas se encontram no ponto J que representa o ponto (10, 5), ou seja, são 10 duplas e 5 trios.

Caso não haja a possibilidade de utilização do GeoGebra de maneira alguma, nem apresentando os gráficos impressos, trazemos uma solução sem a necessidade do uso do GeoGebra:

Solução SEM o uso do GeoGebra:

Para a representação no plano cartesiano, sugerimos a utilização de um papel quadriculado. Neste caso, é importante lembrar que ambas as relações são relações lineares e, por isso, as representações são retas. Desta forma, para traçar o gráfico, precisaremos de apenas 2 pontos para cada uma das relações. O ideal é que esses pontos não sejam tão próximos para facilitar o traçado do gráfico.

Número de grupos:

Podemos escolher dois pontos aleatórios que satisfazem o número de grupos formados.

Duplas	Trios
2	13
13	2

Pontos encontrados:

$$A = (2, 13)$$

$$B = (13, 2)$$

Número de alunos:

Alunos em duplas	Duplas	Alunos em trios	Trios
2	1	33	11
4	2	31	X
6	3	29	X
8	4	27	9

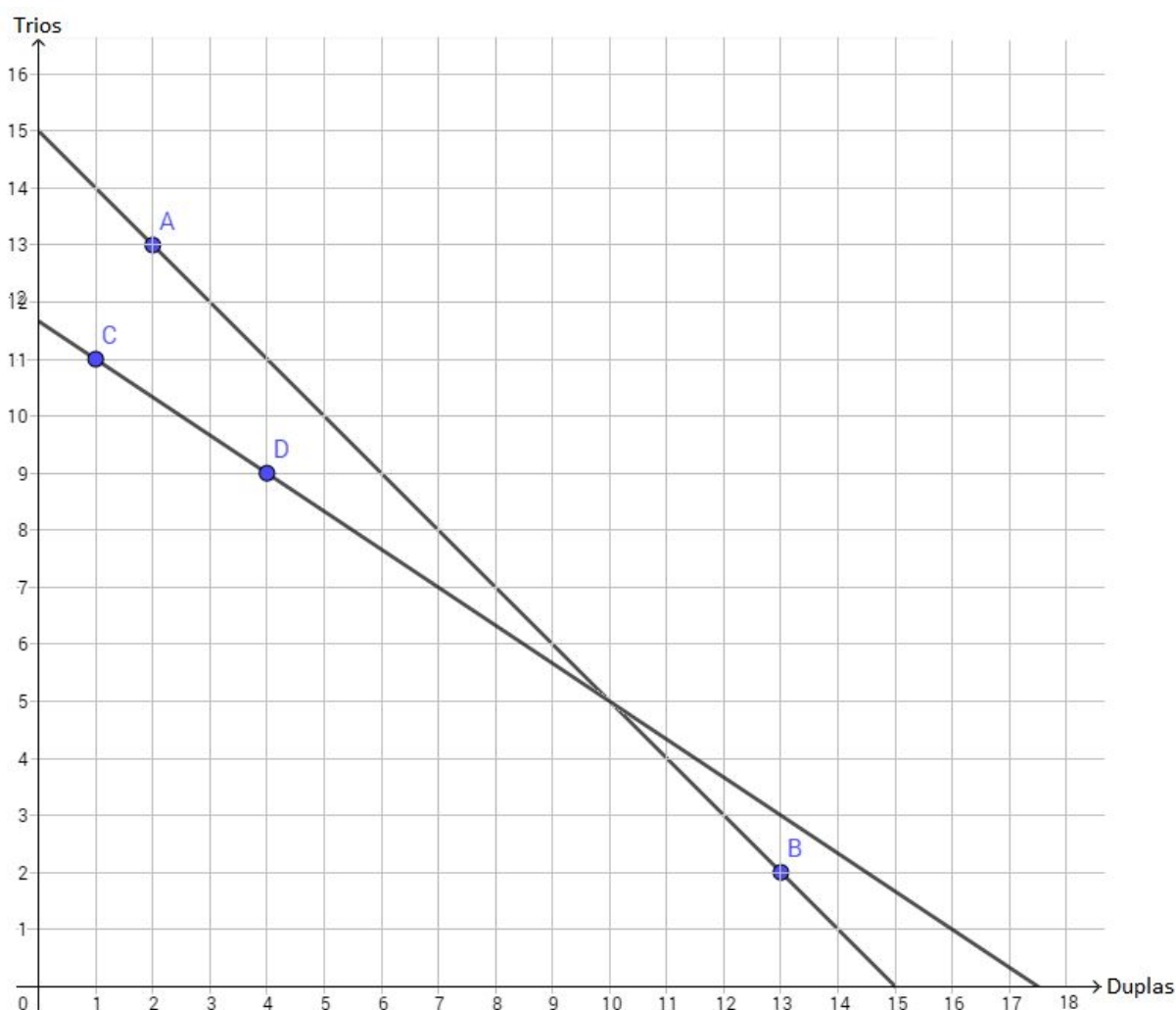
Pontos encontrados:

$$C = (1, 11)$$

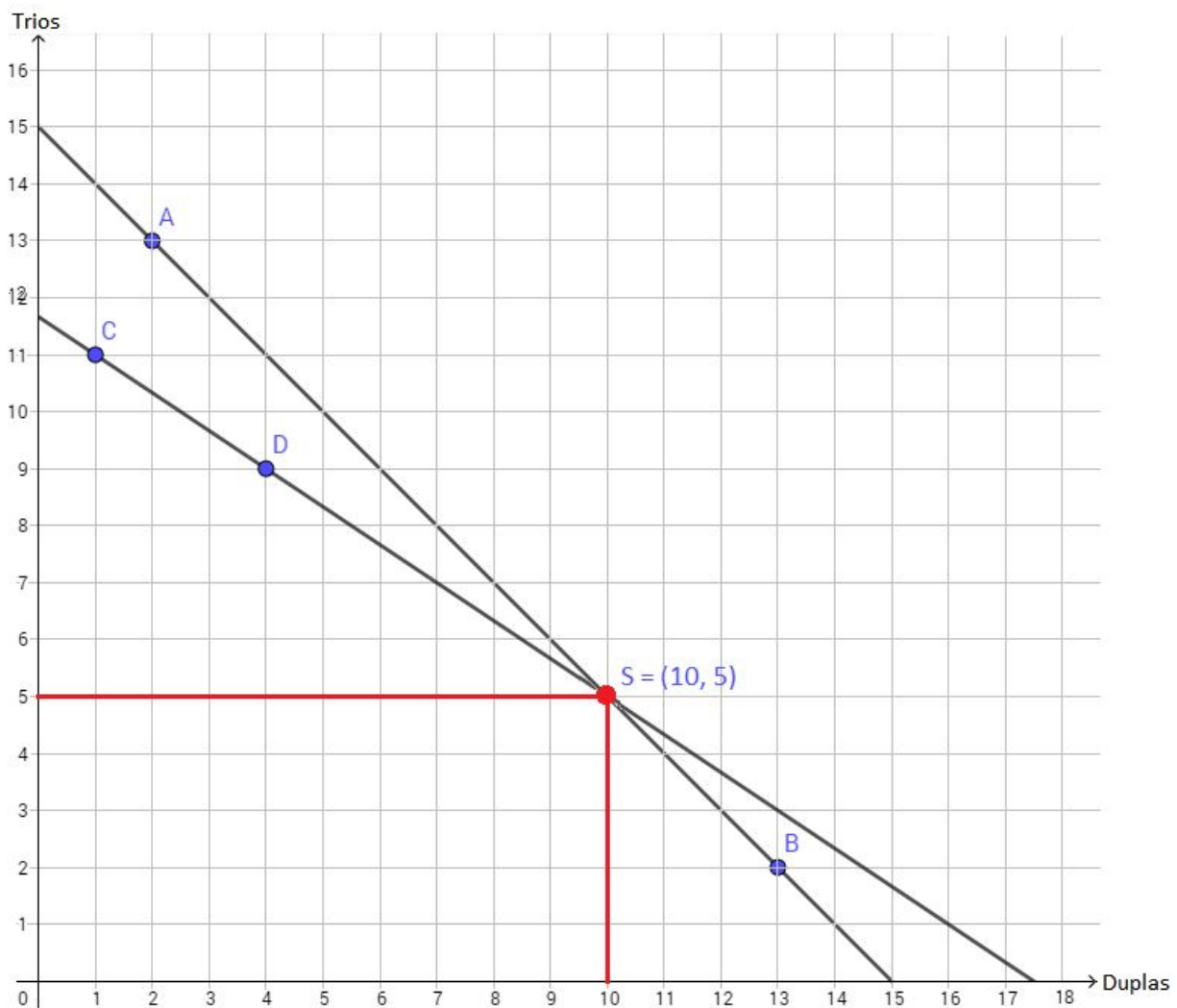
$$D = (4, 9)$$

Repare que no caso do total de alunos, precisamos encontrar a relação entre o número de duplas e trios uma vez que o gráfico que queremos encontrar está representado na forma de uma relação entre número de duplas e número de trios.

Desta forma, podemos traçar os gráficos no mesmo plano cartesiano a partir dos pontos determinados:



Agora, basta observar o ponto de interseção dessas duas retas.



Ou seja, a professora conseguiu formar 10 duplas e 5 trios.

2) Um restaurante possui algumas mesas com dois e outras com quatro lugares. Sabendo que a capacidade total do restaurante é de 70 clientes e existem 25 mesas no total, quantas mesas com 4 lugares existem nesse restaurante?

Resposta: Existem 10 mesas de 4 lugares.

Relações lineares estabelecidas:

Número de mesas: $q + d = 25$

Capacidade total: $4q + 2d = 70$

Sistema Produzido:

$$\begin{cases} q + d = 25 \\ 4q + 2d = 70 \end{cases}$$

Da mesma maneira que o caso anterior, a resolução pode ser efetuada utilizando o GeoGebra. Porém, vamos trazer aqui uma resolução semelhante à atividade anterior sem a necessidade do GeoGebra.

Total de mesas:

Mesas com 4 lugares	Mesas com 2 lugares
2	23
23	2

Pontos encontrados:

$$A = (2, 23)$$

$$B = (23, 2)$$

Capacidade total:

Capacidade de mesas com 4 lugares	Mesas com 4 Lugares	Capacidade de mesas com 2 lugares	Mesas com 2 Lugares
4	1	66	33
64	16	6	3

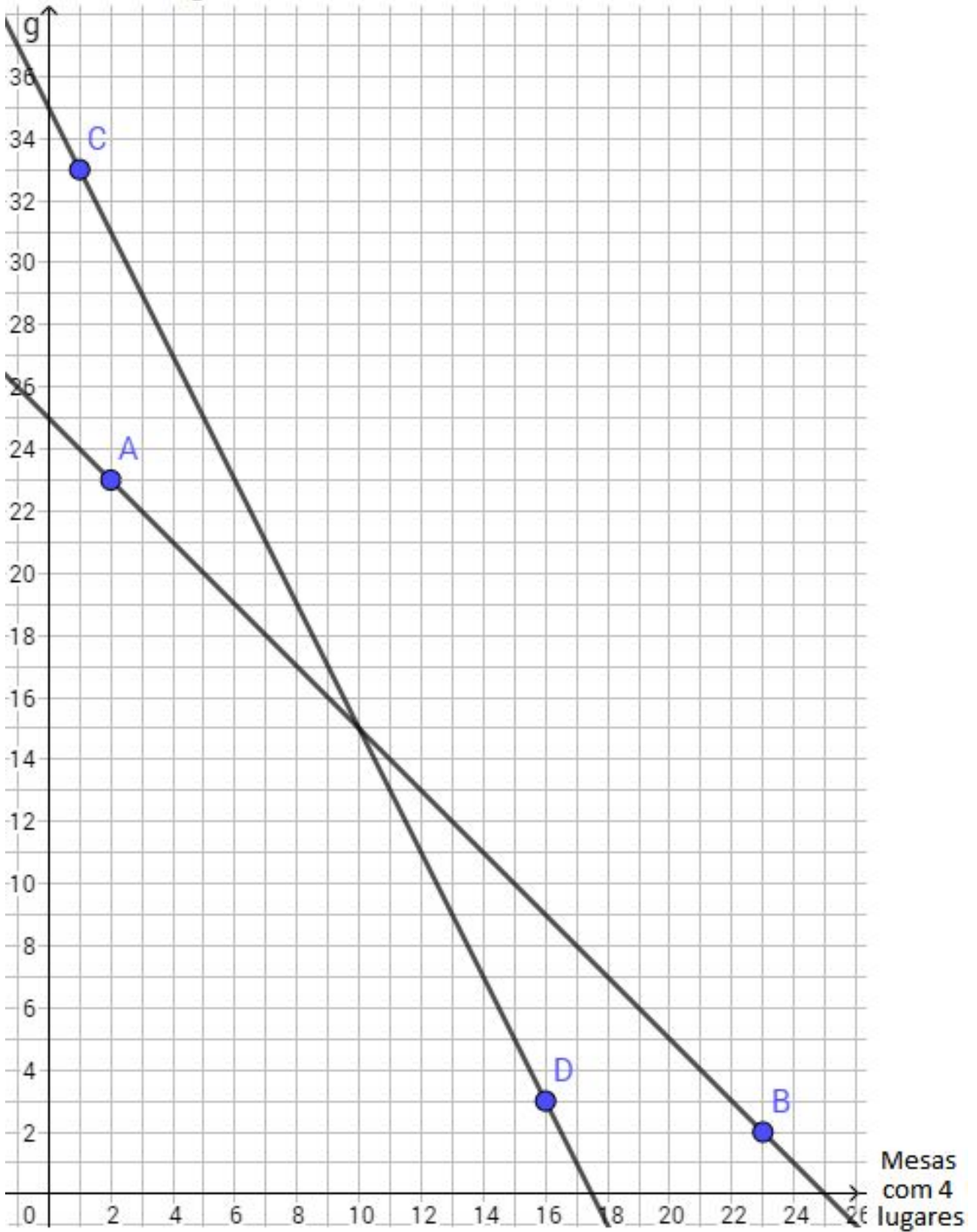
Pontos encontrados:

$$C = (1, 33)$$

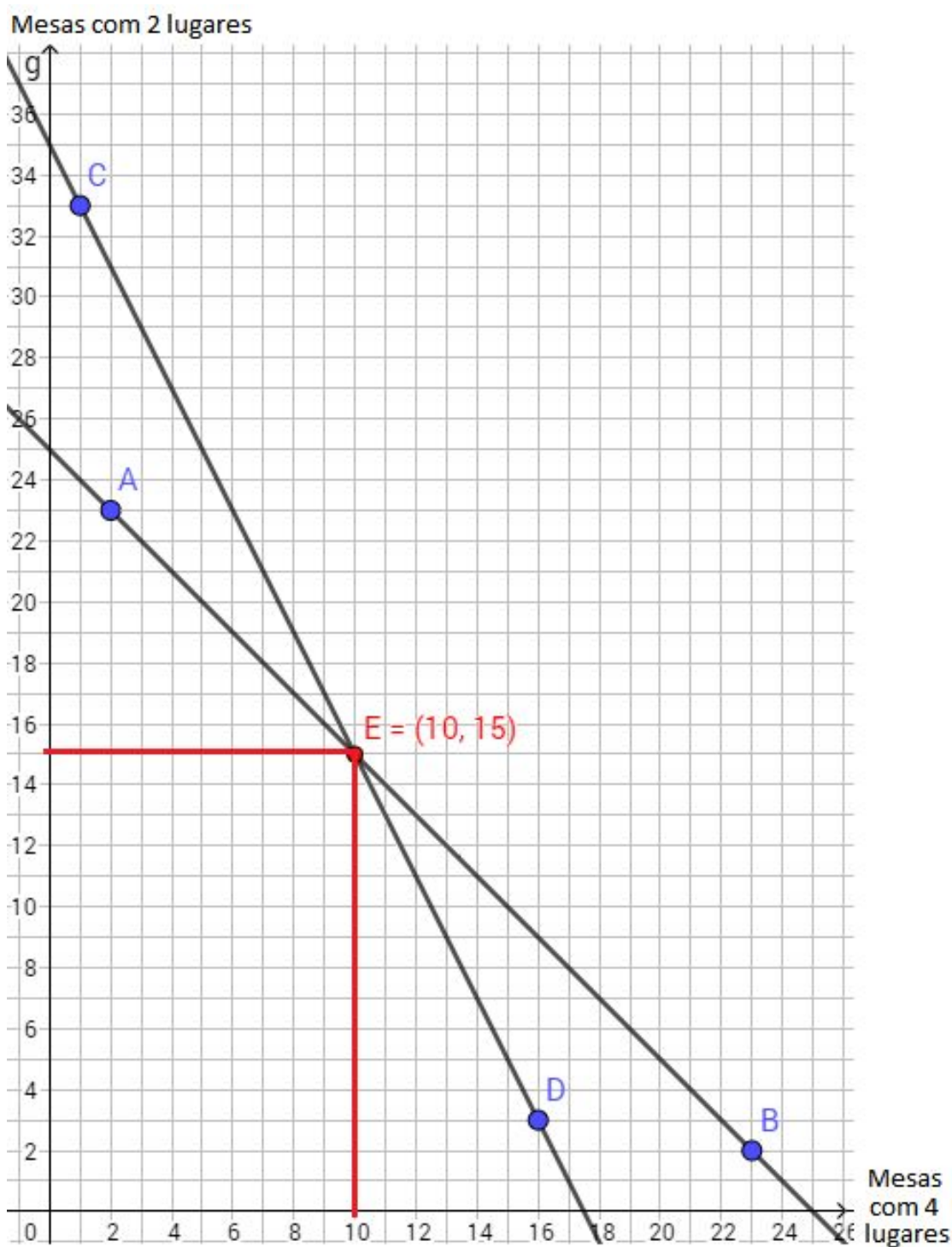
$$D = (16, 3)$$

Traçando os gráficos em um mesmo plano cartesiano obtemos:

Mesas com 2 lugares



O ponto de encontro das duas retas será, então, a solução do sistema.



Desta forma, podemos concluir que existem 10 mesas com 4 lugares e 15 mesas com 2 lugares.

Desafio: (Vunesp - Adaptada) Em um campeonato de futsal, se um time vence, marca 3 pontos; se empatar, marca 1 ponto e se perde não marca nenhum ponto. Admita que, nesse campeonato, o time **A** tenha participado de 16 jogos e perdido apenas dois jogos. Se o time **A**, nesses jogos, obteve 24 pontos, então quantas vitórias esse time teve?

Resposta: O time **A** obteve 5 vitórias.

Antes de tudo, é importante perceber que, dos 16 jogos, 2 foram derrotas e, portanto, não contribuem no acúmulo de pontos. Por isso podemos descartar estes 2 jogos da situação. Assim, temos 14 jogos onde alguns foram jogos os quais o time **A** obteve vitória e os demais foram empates.

Sabendo disso, representando por “v” o número de partidas em que o time saiu vitorioso e “e” as partidas empatadas, as situações podem ser representadas pelas seguintes relações lineares:

Total de jogos: $v + e = 14$

Total de pontos: $3v + e = 24$

Sistema produzido:

$$\begin{cases} v + e = 14 \\ 3v + e = 24 \end{cases}$$

Para traçar os gráficos, vamos determinar os pontos por onde passam:

Vitórias	Empates
1	13
13	1

Pontos encontrados:

A = (1, 13)

B = (13, 1)

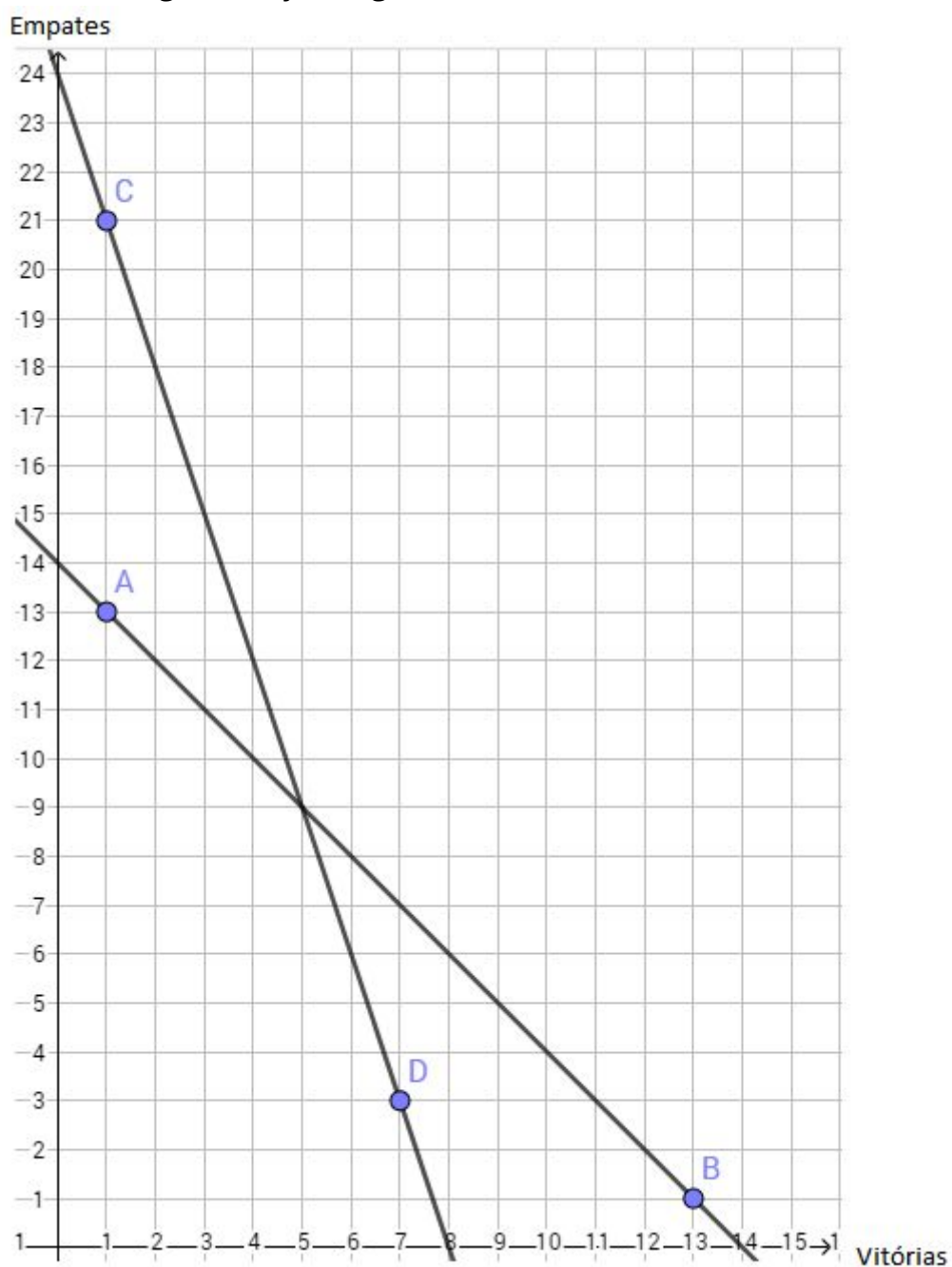
Pontos das vitórias	Vitórias	Pontos dos empates	Empates
3	1	21	21
21	7	3	3

Pontos encontrados:

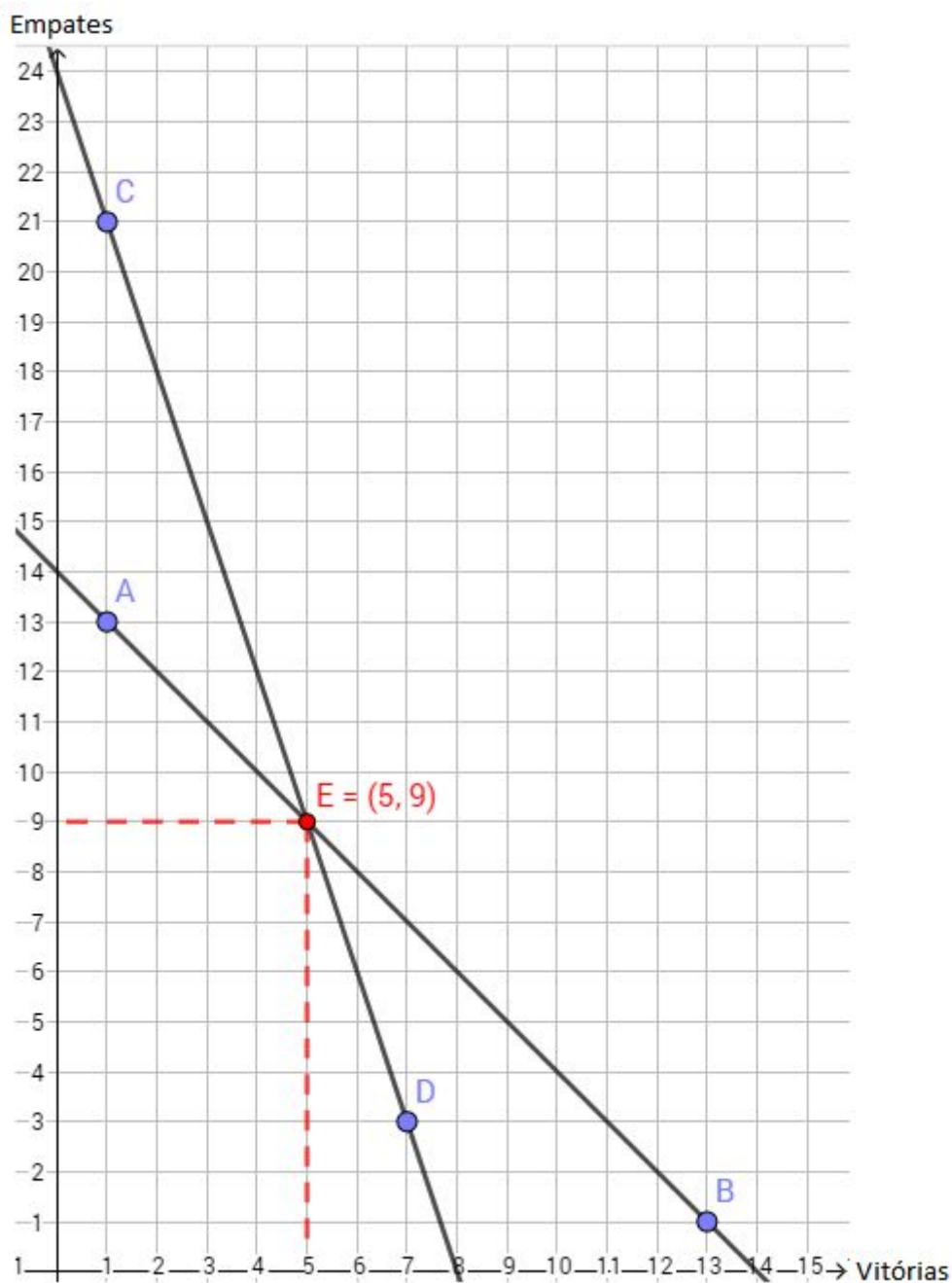
C = (1, 21)

D = (7, 3)

Podemos, agora, traçar os gráficos:



O ponto de encontro das retas são a solução do problema. Olhando no gráfico conseguimos encontrar a solução que é representada pelo ponto E. Observe:



Portanto, o time **A** obteve 5 vitórias e 9 empates.