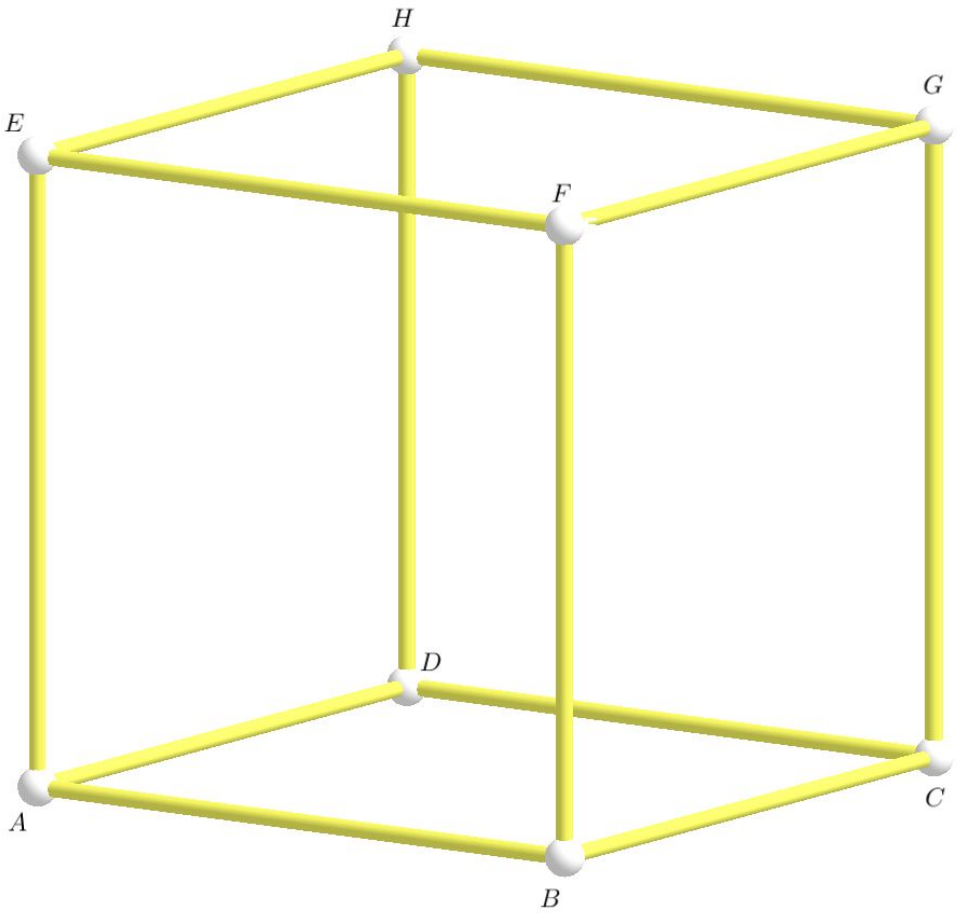
# Resolução da Atividade Principal - MAT9_15GEO07

**EXPLORANDO DIAGONAIS NO CUBO COM USO DE PALITOS**

**MATERIAL NECESSÁRIO**:

- Régua e lápis
- Palitos de churrasco (12 palitos medindo 12 cm cada um e 2 palitos com comprimento normal)
- 8 pequenas esferas de isopor.
- Estilete.

**Descrição da construção**: Usando palitos de churrasco com 12 cm e pequenas esferas de isopor para unir as arestas, construa um cubo, conforme imagem abaixo:

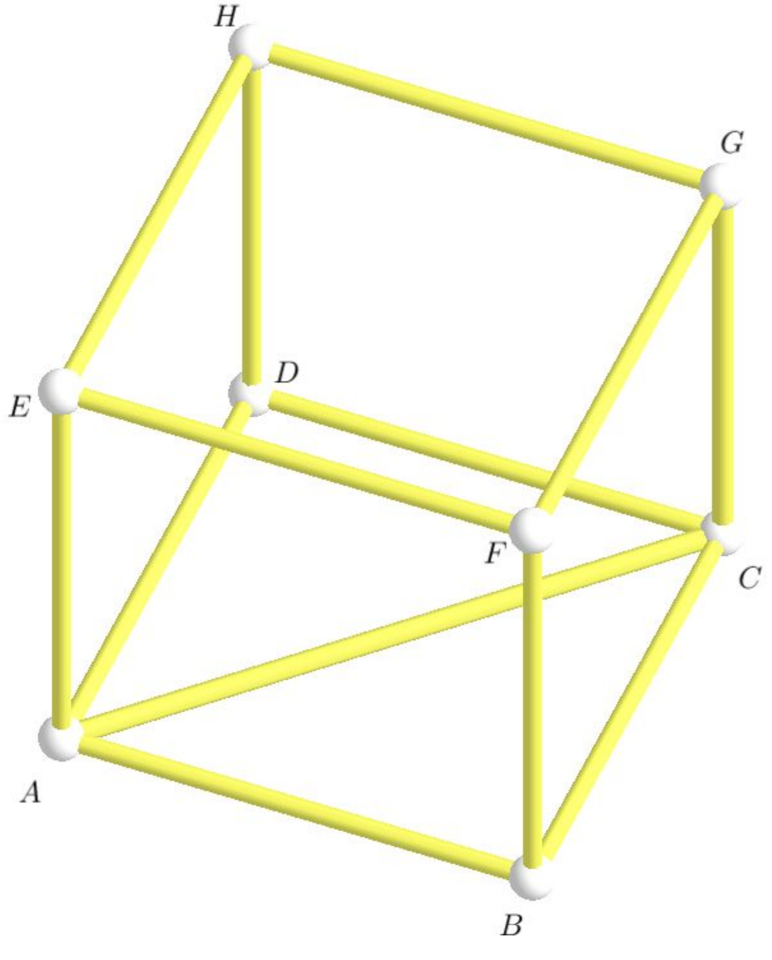



**Questionamentos investigativos**:

Para cada questionamento seguinte, use palitos para localizar o elemento que está sendo trabalhado no cubo.

a) **Considerando somente a face ABCD do cubo, qual o menor percurso entre os pontos A e C? Qual o comprimento deste percurso?**

O menor percurso (distância) entre dois pontos no plano, é dada pelo comprimento do segmento de reta que une esses dois pontos. Na situação proposta, a menor distância entre os pontos **A** e **C** é o comprimento do segmento **AC**, diagonal da face **ABCD** do cubo. A figura abaixo, mostra o que se espera que os alunos construam com os palitos de churrascos e as esferas de isopor como vértices:




Espera-se que os alunos percebam que a face **ABCD** é um quadrado e o comprimento da diagonal desta face, pode ser obtida pela aplicação do Teorema de Pitágoras ou de forma direta, para isso sendo necessário saber que a medida do comprimento da diagonal **d** de um quadrado de lado medindo **a** unidades é $d = a\sqrt{2}$ .

Optamos em aplicar o Teorema de Pitágoras no triângulo ABC. Fazendo **AC**= d e **AB**=**BC**= 12 cm, temos que:

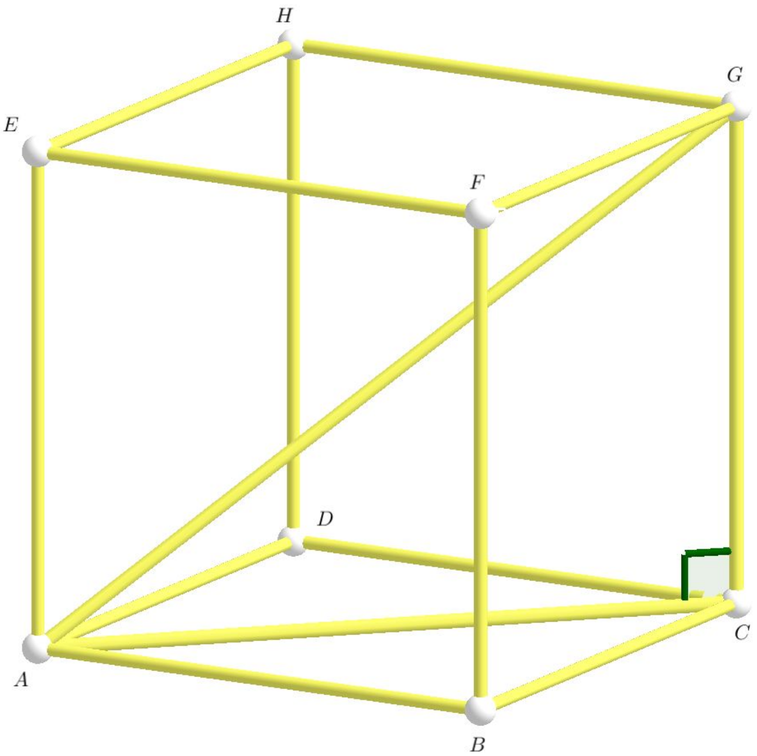
$$d^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow d^2 = 12^2 + 12^2 \Rightarrow d^2 = 144 . 2 \Rightarrow d = \sqrt{144.2} \Rightarrow d = 12\sqrt{2} \ cm$$

b) **Qual o ângulo entre a diagonal AC e a aresta CG? O que garante isso?**

O ângulo entre a diagonal **AC** e aresta **CG** mede 90°, uma vez que a aresta **CG** é perpendicular ao plano que contém a face **ABCD**.

c) **É possível determinar a distância entre os pontos A e G?**

Neste ponto espera-se que os alunos percebam que a existência do triângulo retângulo **ACG** e que a distância entre o pontos **A** e **G** representa o comprimento da hipotenusa **AG** deste triângulo, conforme figura abaixo:




Assim, aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo **ACG**, onde **AG**=D, **AC**= $12\sqrt{2}$ cm e **CG**= 12 cm, temos:

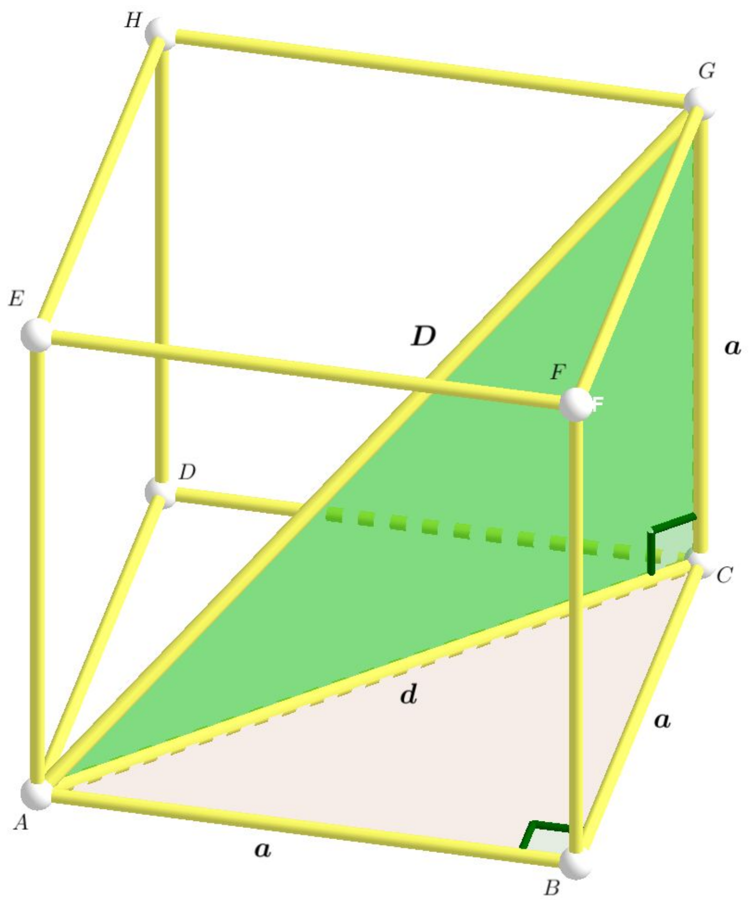
$$D^2 = AC^2 + CG^2 \Rightarrow D^2 = (12\sqrt{2})^2 + 12^2 \Rightarrow$$

$$D^2 = 12^2.2 + 12^2 \Rightarrow D^2 = 3.12^2 \Rightarrow$$
$$D = \sqrt{3.12^2} \Rightarrow D = 12\sqrt{3}\ cm$$

d) **Fundamentado nas soluções anteriores, como você determinaria a medida da diagonal AC e da diagonal AG para um cubo com aresta medindo a unidades?**

Aqui pretende-se que os alunos deduzem, partindo do que foi construído anteriormente, um modelo matemático para o cálculo direto das medidas das diagonais **d** e **D** do cubo, respectivamente diagonal da face e diagonal do cubo.

A figura seguinte mostra uma construção, onde destacamos os triângulos **ABC** e **ACG** e as duas diagonais **d** e **D**.




Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo **ABC**, temos:

$$d^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow d^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow d^2 = 2a^2 \Rightarrow d = \sqrt{2a^2} \Rightarrow d = a\sqrt{2}\ unidades$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo **ACG**, temos:

$D^2 = AC^2 + CG^2 \Rightarrow D^2 = (a\sqrt{2})^2 + a^2 \Rightarrow D^2 = 2a^2 + a^2 \Rightarrow D = 3a^2 \Rightarrow$

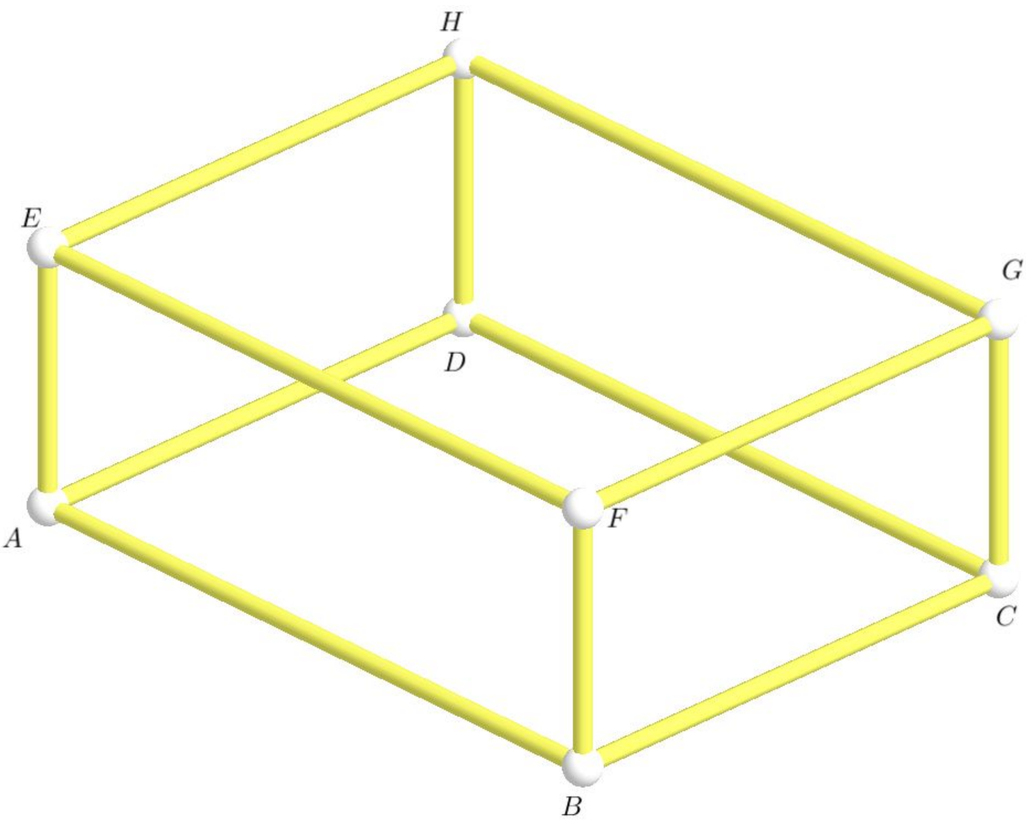
$D = \sqrt{3a^2} \Rightarrow D = a\sqrt{3}\ unidades$

**EXPLORANDO DIAGONAIS NO PARALELEPÍPEDO COM USO DE PALITOS**

**MATERIAL NECESSÁRIO**:

- Régua e lápis
- Palitos de churrasco de 15cm, 10cm e 8cm.
- Estilete
- Pequenas esferas de isopor.

**Descrição da construção**: Usando os palitos de churrasco e pequenas esferas de isopor para unir as arestas, construa um paralelepípedo de dimensões 15cm x 10cm x 8cm (comprimento x largura x altura) conforme imagem abaixo:



**Questionamentos investigativos**:

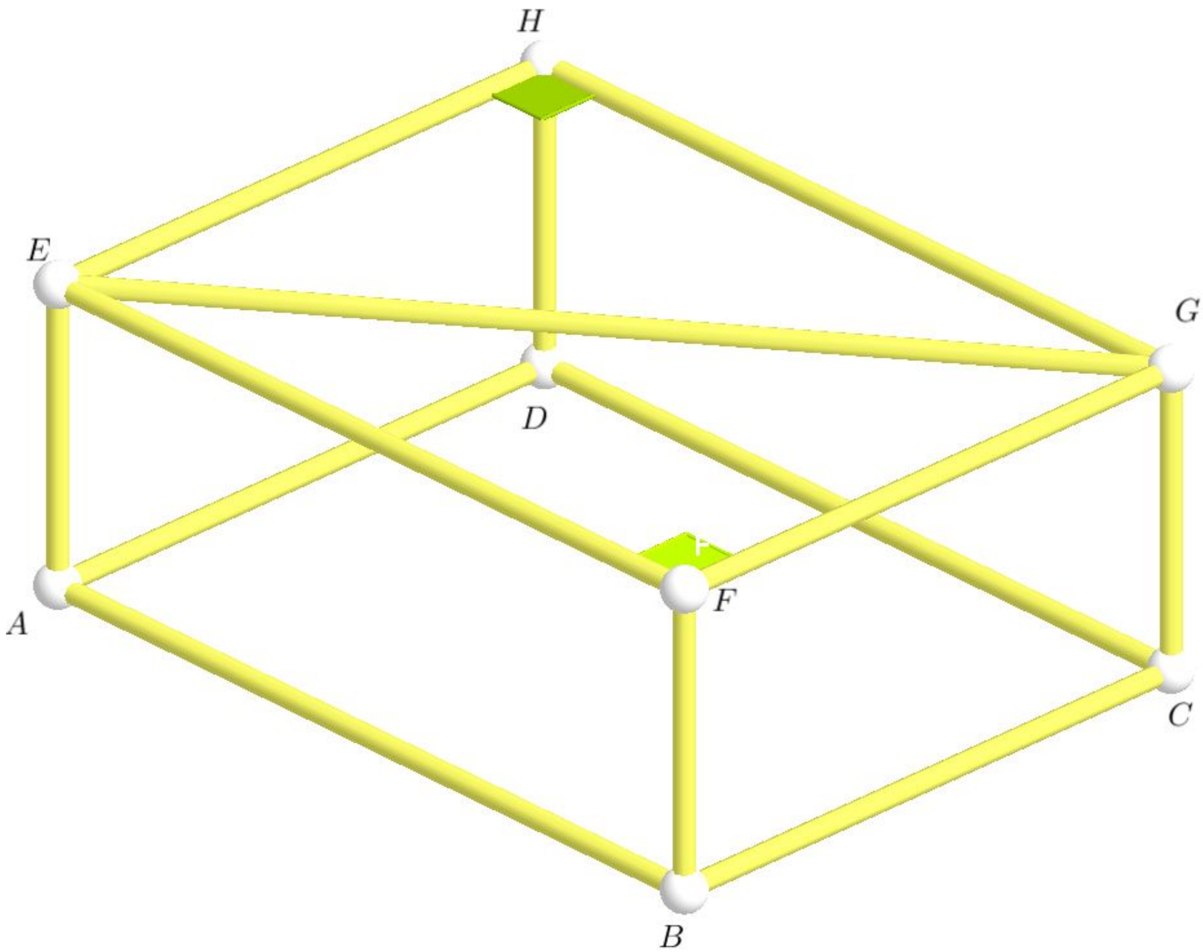
Para cada questionamento seguinte, use palitos para localizar o elemento que está sendo trabalhado no cubo.

a) **Considerando somente a face EFGH do paralelepípedo, qual o menor caminho possível entre os vértices E e G?**

O menor caminho entre os vértices **E** e **G** e o segmento de reta **EG**, com extremos nos pontos **E** e **G**.

b) **Como você calcularia o comprimento do menor caminho?**

Para calcular o comprimento do menor caminho, espera-se que os alunos percebam que o segmento **EG** é a hipotenusa do triângulo **EFG**, retângulo em **F**, dessa forma, sendo possível aplicar o teorema de Pitágoras no triângulo **EFG**, e determinando o comprimento da hipotenusa **EG**, conforme figura abaixo:



**c) Qual o comprimento do menor caminho?**

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo EFG, onde EF=15 cm e FG=10 cm, temos:

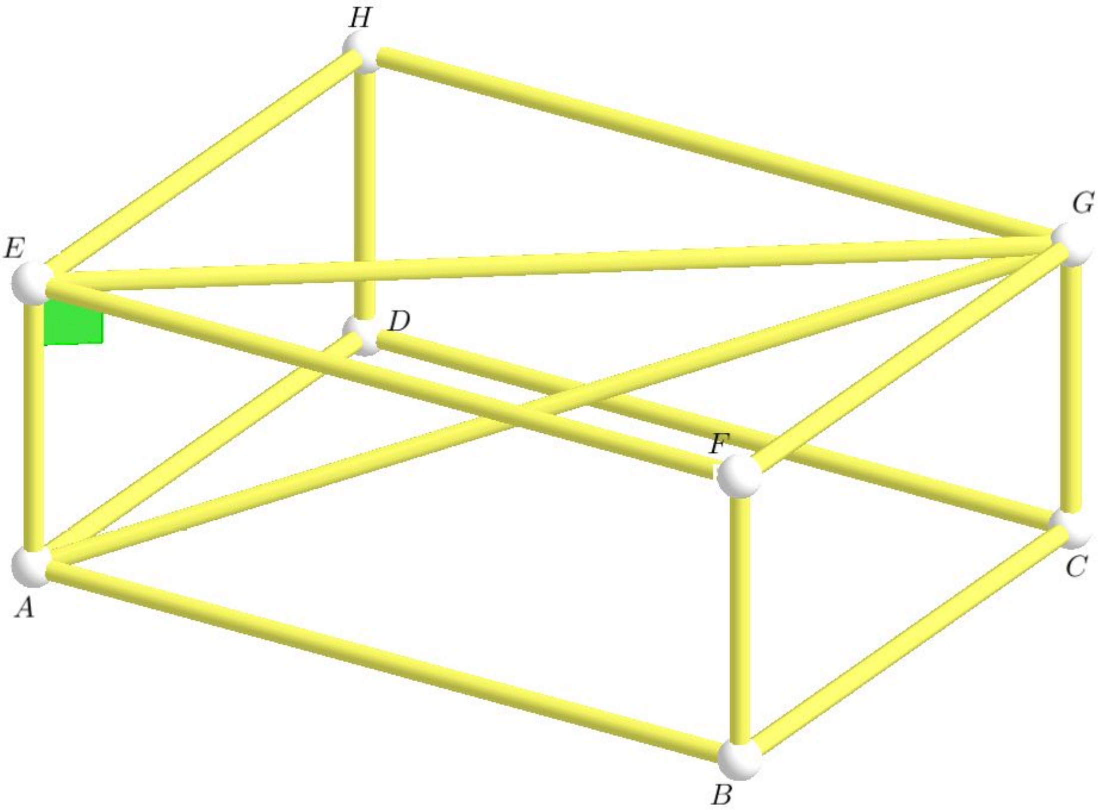
$$EG^2 = EF^2 + FG^2 \Rightarrow EG^2 = 15^2 + 10^2 \Rightarrow EG^2 = 325 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow EG = \sqrt{325} \Rightarrow EG = \sqrt{5^2.13} \Rightarrow EG = 5\sqrt{13}\ cm$$

**d) Qual o ângulo entre a aresta AE e a diagonal EG? O que garante tal medida?**

O que se objetiva aqui é que os alunos percebam que o ângulo entre os segmentos **AE** e **EG** é reto, uma vez que as faces do paralelepípedo são perpendiculares entre sí.

**e) É possível calcular o comprimento da diagonal AG, do paralelepípedo?**

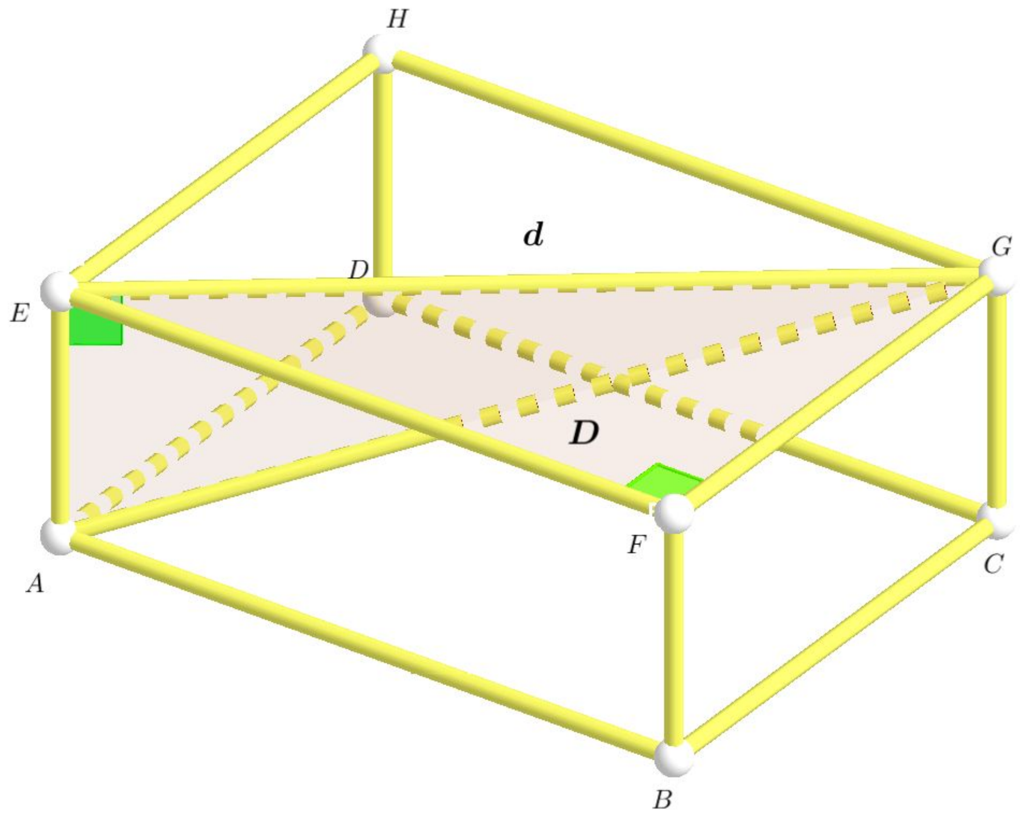
Espera-se que os alunos percebam que o triângulo **AEG** é um triângulo retângulo, onde o segmento **AG** representa a hipotenusa deste triângulo, sendo calculável seu cumprimento através do teorema de Pitágoras, conforme figura abaixo:




Assim, aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo AEG, onde AE = 8 cm e EG= $5\sqrt{13}$ cm, temos:

$$AG^2 = AE^2 + EG^2 \Rightarrow AG^2 = 8^2 + (5\sqrt{13})^2 \Rightarrow AG^2 = 64 + 25.\,13$$
$$AG^2 = 64 + 25.\,13 \Rightarrow AG^2 = 64 + 325 \Rightarrow AG = \sqrt{389}$$

**f) Fundamentados nas resoluções anteriores, ache um modelo matemático que expresse a medida d, da diagonal AC, e a medida D, da diagonal AG, de um paralelepípedo de dimensões a, b e c ( comprimento, largura e altura, respectivamente).**




*A figura acima destaca os triângulos retângulos **EFG** e **AEG** e as diagonais do cubo, **d** e **D**.*

*Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo **EFG**,, temos:*

$$EG^2 = EF^2 + FG^2 \Rightarrow d^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ unidades } (I)$$

*Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo **AEG**, vem:*

$$AG^2 = AE^2 + EG^2 \Rightarrow D^2 = c^2 + d^2 \Rightarrow (II)$$

*Substituindo (I) em (II), vem:*

$$D^2 = c^2 + (\sqrt{a^2 + b^2})^2 \Rightarrow D^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ unidades}$$