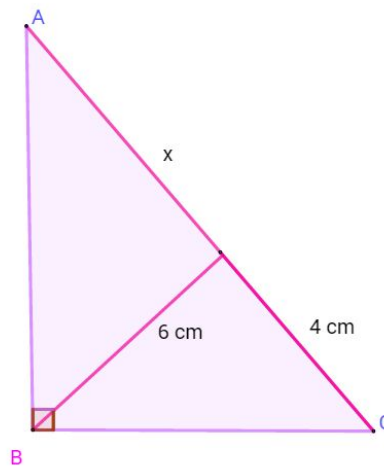


## Resolução da atividade complementar - MAT9\_14GEO01

1) Dado o triângulo retângulo ABC, reto em B, termine a projeção sobre o cateto maior dadas as medidas ao lado.



**Resposta:** A projeção sobre o cateto maior mede 9 cm.

**Possível resolução:**

Aplicando a relação trabalhada em aula, temos:

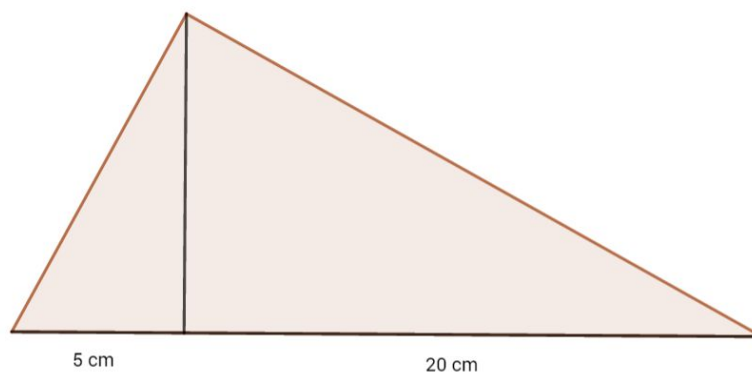
$$6^2 = 4 \cdot x$$

$$36 = 4 \cdot x$$

$$x = \frac{36}{4}$$

$$x = 9 \text{ cm}$$

2) Num triângulo retângulo, a medida das projeções dos catetos medem 5cm e 20cm conforme figura abaixo. Determine o valor da altura relativa à hipotenusa.



**Resposta:** A altura do triângulo é 10 cm.

**Possível resolução:**

Chamando a altura do triângulo de h, temos:

$$h^2 = 5 \cdot 20$$

$$h^2 = 100$$

$$h = \sqrt{100}$$

$$h = 10 \text{ cm}$$

**3)** Dado um triângulo retângulo de hipotenusa 13 cm e altura 6 cm, calcule as medidas das projeções dos catetos.

**Resposta:** As projeções medem 9 cm e 4 cm

**Possíveis resoluções:**

Este exercício pode ser resolvido de dois modos.

1º modo: Utilizando sistema de equações.

Chamando de x a medida da projeção de um cateto e y a medida da projeção do outro cateto, temos:

$$x + y = 13 \text{ (I)}$$

$$6^2 = x \cdot y \text{ (II)}$$

Isolando x em (I) temos

$$x = 13 - y \text{ (III)}$$

Substituindo (III) em (II), temos:

$$36 = (13 - y) \cdot y$$

$$36 = 13y - y^2$$

$$y^2 - 13y + 36 = 0$$

$$\Delta = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36$$

$$\Delta = 169 - 144$$

$$\Delta = 25$$

$$y = \frac{-(-13) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1}$$

$$y = \frac{13 \pm 5}{2}$$

$$y_1 = \frac{13 + 5}{2} \Rightarrow y_1 = 9$$

$$y_2 = \frac{13 - 5}{2} \Rightarrow y_2 = 4$$

2º modo: Com equação de 1 única variável.

Chamando a medida de uma projeção de x, a medida da outra será 13 - x, já que a hipotenusa é a soma das duas projeções.

Temos:

$$x \cdot (13 - x) = 36$$

$$-x^2 + 13x - 36 = 0$$

$$\Delta = (13)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-36)$$

$$\Delta = 169 - 144$$

$$\Delta = 25$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{-13 \pm 5}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-13 + 5}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-13 - 5}{-2} = \frac{-18}{-2} = 9$$

**4)** Determine a medida da altura relativa à hipotenusa em um triângulo retângulo sabendo que a hipotenusa mede 12 cm e que a projeção de um dos catetos é o dobro da outra projeção.

**Resposta:**

A medida da altura é  $h = 4\sqrt{2}$  cm

**Possível resolução:**

Como uma projeção mede o dobro da outra, podemos chamar uma de x e a outra de 2x. assim:

$$x + 2x = 12$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

Portanto uma projeção mede 4 cm e a outra mede 8 cm.

O aluno também pode fazer mentalmente, considerando que se uma projeção é o dobro da outra, significa que a hipotenusa deve ser dividida por 3 e, portanto, uma projeção equivale a 1 parte e a outra a 2 partes. Assim:  
 $12 : 3 = 4$  (uma projeção) e  $4 \cdot 2 = 8$  (outra projeção).

Com o valor das projeções, temos:

$$h^2 = 4 \cdot 8$$

$$h^2 = 32$$

$$h = \sqrt{32}$$

$$h = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

**5)** Determine a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo sabendo que uma das projeções mede 15 cm a mais que outra e que a altura relativa à hipotenusa mede 10 cm.

**Resposta:** A medida da hipotenusa é 25 cm.

**Possível resolução:**

Chamando de  $x$  uma das projeções, a outra será  $x+15$ , portanto:

$$10^2 = x \cdot (x+15)$$

$$100 = x^2 + 15x$$

$$x^2 + 15x - 100 = 0$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-100)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 400}}{2}$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{625}}{2}$$

$$x = \frac{-15 \pm 25}{2}$$

$$x_1 = -\frac{40}{2} = -20$$

$$x_2 = \frac{10}{2} = 5$$

Como o valor de  $x$  deve ser a medida de um segmento, descartamos o valor  $-20$ . Portanto a medida da projeção menor é 5 cm.

A projeção maior é  $x + 15$  e como  $x = 5$ , temos  $5 + 15 = 20$ .  
A hipotenusa é a soma das projeções, portanto  $5 + 20 = 25$ .

**6) [Desafio]** Num triângulo retângulo, uma das projeções é o quadrado da outra. A altura relativa à hipotenusa é o dobro da medida da projeção menor. Determine a medida de cada projeção dos catetos.

**Resposta:** A medida das projeções dos catetos são 2 cm e 4 cm.

**Possível resolução:**

Chamando a menor projeção de  $x$ , a maior será  $x^2$  e a altura  $2x$ . Aplicando a relação métrica temos:

$$(2x)^2 = x \cdot x^2$$
$$4x^2 = x^3$$

Os alunos não sabem resolver equações de grau 3, mas já devem ter domínio de equações e sabem que numa equação é possível dividir os dois membros da igualdade por um mesmo valor diferente de zero. Como  $x$  é uma medida de lado, não pode ser igual a zero. É possível dividir os dois membros da equação por  $x$  e chegar à equação.

$$4x = x^2$$
$$x^2 - 4x = 0$$
$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 0}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{8}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{0}{2} = 0$$

Como zero não pode ser medida de lado, o valor de  $x$  é 2.

Portanto uma projeção é igual a 2 cm e a outra é o quadrado de 2, ou seja, 4 cm.